善用「地價稅」以促進土地利用

黃明聖、林元興、黃淑惠*

要 目

提要

世界人口急速向都市集中，造成土地利用之壓力，各都市可善用「地價稅」以加強公共建設、提高居民生活水準，並避免都市過度擴充危及生態。課徵「地價稅」後，地價降低，交易量增加，可減少「不勞而獲」，達到社會公平性。土地改良與出售時機皆提前，不再有「囤積居奇」現象，土地市場得以正常發展，引導游資撤離土地市場，轉向生產性事業，加上土地利用成本降低，故可促進經濟發展，同時達到土地利用效率。

壹、前言

當今世界人口急速成長，其中大部分集中在都市，根據聯合國報告(United Nations, 2014)，2009 年都市人口(34.2 億)首度超過農村人口(34.1 億)，至 2014 年，全球人口已達 72.5 億，其中都市人口高達 39 億，如此龐大人口集中在都市，造成土地利用之壓力，未來有更多人口湧入，發展更是驚人，故須提高土地利用之公平性與效率性。土地為有限之自然資源，不能由任何人壟斷其收益，所謂公平性係指土地收益應由全民共享，而效率性係指土地利用須能促進經濟發

* 本文作者分別為國立政治大學財政學系教授、中國地政研究所研究員及國立臺中科技大學財政稅務系教授。

展，以提高居民生活水準，並避免都市過度擴充危及生態。

達成土地利用效率性之方式甚多，如可增加公共建設等以提昇集約程度，但須動用巨額公共資源，晚近各國中央政府在財政上自顧不暇，無法再支援，且公共建設後，地價上漲，悉由地主獨享，至為不公，但各都市可善用「地價稅」(land value tax, site valuation tax 或稱為基地稅)[1]以促進土地利用的公平性與效率性。

自 18 世紀亞當史密斯(Adam Smith, 1723-1790)、李嘉圖(David Ricardo, 1772-1823)等學者即開始提倡「地價稅」，至 19 世紀亨利喬治(Henry George, 1939-1987)大力宣揚後，始為世人所注意，亨利喬治認為土地的供給固定，且其價值源自附近居民的聚集及公共建設的興建，故其增值並非地主的努力，此不勞而獲應收歸公有，以達到所得分配公平性，且利用「地價稅」稅收以支援公共建設，尚可達到資源利用之效率性；退一步言，任何不動產皆因警察、消防等行政服務獲得安全保障，亦從道路、公園、市場、學校等公共設施獲得生活便利：進一步言，土地為自然資源，屬全民所有，目前所創設之私有制，目的是委託所有權人進行有效率利用，故不動產持有人相對上應負擔較多行政費用，並按照持有多寡以計算其負擔程度。

世界多數國家原已實施「財產稅」(property tax)，雖然產生「累退」等許多缺點(Bird and Slack, 2002)，但因根深蒂固難以改革，只有在體制較新的地區才能實施，例如丹麥、蘇俄、新加坡、臺灣等，也有若干國家在部分地區實施，例如澳大利亞新南威爾斯(New South Wales)、墨西哥墨西卡利(Mexicali)等。即使原來實施財產稅之國家也達非改不可之關鍵時刻，例如美國賓州開始實驗「兩率財產稅」(two-rate property tax)，即重課土地並輕課改良物，期能發揮與「地價稅」近似功能，芬蘭甚至推動「三率財產稅」(three-rate property tax)，以加重對都市空地課稅。

部分國家雖實施「財產稅」已久，亦考慮以「地價稅」取代，如英國實施多年「地方財產稅」(Rates)，至 1990 年面臨窒礙難行困境，故引進「社區捐」

---

[1] 本文「地價稅」指不動產持有稅僅對土地課徵，對建築物完全不課稅，與臺灣現行「地價稅」有所不同。

(Community Charge)，惟實施不久又引發極大民怨，1993 年再改為「縣市稅」(Council Tax)，到目前仍有不同評價，Prest (1981)早期即提出改革構想，因當時英國對財產稅稅制存廢之爭論頗大，故建議廢止改良物課稅，根據土地價值課徵「地價稅」代替，因其對土地交易可保持中立，促進大量興建建築物。近年來各學術團體、政府組織、非政府組織紛紛提出可行之「地價稅」實施方法，如 Lyons(2011)及 Collins and Larragy(2011)為愛爾蘭提出「實施基地稅」、Wightman(2009, 2013)為蘇格蘭及英格蘭提出「實施地價稅」各種可行性計畫，改革如火如荼展開。

此外，「地價稅」傳統上存在一難以實施之問題，因都市中土地大多已興建改良物，很難再找到空地，故土地價值很難確定，但現代估價技術突飛猛進，由不動產中將土地價值分離出來已不是問題，因此贊同此類改制之風潮正方興未艾，且許多全球性經濟組織，如世界銀行、歐盟等也大力鼓吹，未來「地價稅」必逐漸取代傳統「財產稅」。

關於「地價稅」可促進土地利用之論述甚多，但一般多僅屬敘述方式，如一般多認為土地供給固定，「地價稅」皆由地主負擔，但現代任何土地均經改良，課稅對供給多少有所影響。故本文擬參考日本學者前川俊一(2003)分析模式進行研究，讓世人更瞭解「地價稅」之優點，期能引起共鳴並共同努力推動之。

貳、土地市場理論的重建

土地本身具有許多特色，如持久性、不增性、不移性等，各項特色皆影響土地市場運作，以不移性為例，因土地不像一般商品能到處流通，故只能形成地方性市場，無法構成全國性市場，因此土地在各地方價格差異大，但影響最大者為耐久性，土地恆久不變，需求及供給理論亦須隨著之調整，一般商品供給函數源自生產者生產成本，但土地沒有生產成本，故無法建構供給函數；且一般商品需求函數源自消費者效用函數，但消費者購買土地不僅為消費，尚有投資動機，如藉購屋分期償還本息以進行儲蓄，且未來可以房養老，因此亦無法單獨根據古典學派效用函數建構土地需求函數，是以無論土地之供給或需求函數，皆須另建立理論基礎。

供給者與需求者對土地價值認知出入很大，而且前者「供給價格」與後者「需求價格」亦不相同，供給價格等於自行利用土地所獲利益，而需求價格等於購入不動產後自行利用，而在未來所獲利益，無論供給者與需求者均藉未來收益以評估土地價值，但未來收益須折現，在時間不連續(discrete)情況下，任何淨現值都是淨收益除以(1+折現率)，再按照延續期間長短進行加總，因此折現率大小將左右價值高低，由「供給價格」建構供給函數，同時由「需求價格」建構需求函數，後再由供給者與需求者在市場互動，如討價還價，若成交即獲得「土地價格」(簡稱為地價)，地價與供給價格差額即構成供給者剩餘，需求價格與地價差額則構成需求者剩餘。

供給者或需求者利用土地之能力高低有別，因其對未來收益認知有所差異，特別在交易時，一般認為供給者土地利用能力相對較低，而需求者土地利用能力相對較高，故需求者「需求價格」往往大於供給者「供給價格」，如此才有成交機會。

供給者利用土地之選擇甚多，但本文僅就下列 2 種不同方式[2]進行討論：(A)維持原來利用(如維持為農地)，俟最適時機(T^*)才加以改良(如興建大樓)，此方式在 t 時期供給價格以$P^c(t,T^*)$表示之。(B)繼續維持原來利用，俟最適時機(T_s^*)出售，原來利用也可能繼續維持下去，惟可能在T_{in}^*時機推行暫時性改良(例如開闢為停車場)，這種方式在 t 時期的供給價格以$P^s(t,T_s^*)$表示之。供給者應選擇 2 種方式中可能產生的最高價值，故 t 期的土地供給價格($V_s(t)$)等於 2 種情況之最高價值。

首先討論上列(A)方式「供給價格」，設土地改良所投入資本規模為$q_1(k_1)$，而土地改良時機為 T，如此 t 期之不動產供給價格等於維持原來土地利用所獲淨現值，加上土地改良後所獲淨現值，惟須減去在改良時所投入資本淨現值，以下列方程式表示之：

$$P^c(t,T^*)=\text{求極大}_{T,k_1} E_t^* \left[\int_t^T q_2(k_2)R_2\,(u)e^{-i(u-t)}du + \int_T^{\infty} q_1(k_1)R_1(u)e^{-i(u-t)}du -\right.$$

2　如除以下所述(A)與(B)2 種方式外，尚可選擇：(C)在適當時機轉變利用，然後再出售；(D) 繼續維持原來利用；(E)在適當時機暫時性土地利用，然後轉變為最終利用，後再俟機出售等。

$$ck_1 e^{-i(T-t)}\Big] \tag{2.1}$$

其中，t 表示時間，T 表示轉變時機，i 表示無風險利率，中括弧內 2 與 1 分別代表土地改良前後情況，k 表示資本規模，c 表示每單位樓地板面積資本費用(投資額)，故ck_1表示土地改良的總投資，$q_i(k_i)$ (i 可以分別等於 2 或 1) 表示利用資本k_i所改良不動產總容積(代表開發規模，當然不能超過法定容積)，R_i(i 可分別等於 2 或 1)表示每單位樓地板面積純收益，求極大$_{T,k_1}$符號表示可以任意變更T, k_1以求極大，且因收益係連續(continuous)，故折現因子改用e^{-z}表示(z 代表折現率)。

(2.1)式的中括弧〔 〕內，第 1 項代表原來土地利用維持到改良時的期望收益折現值[3]，而第 2 項與第 3 項的和代表改良後(以後稱為「最終改良」)期望收益的折現值[4]。E_t^* 表示在 t 期的期望值(expected value)運算因子，*表示利用實際機率計算的期望值，且各項機率須依據風險之大小加以調整，才能求得風險中立的機率。故(2.1)式代表在 t 期具有土地改良機會(以下稱「改良權」[5])的價值，並代表改良時以及改良前後各種改良規模所能實現的最高期望值。

今以$W_t(R)$代表「改良權」淨現值，由(2.2)式表示之[6]：

$$W_t(R)=\text{求極大}_{T,k} E_t^*\left[\int_T^{\infty}\{q_1(k_1)R_1(u)-q_2(k_2)R_2(u)\}\,e^{-i(u-t)}du-ck_1e^{-i(T-t)}\right] \tag{2.2}$$

(2.3)式代表在最適改良時機所選擇的最高改良價值(V(R))：

$$V(R(t))=\text{求極大}_{k} E_t^*\left[\int_t^{\infty}\{q_1(k_1)R_1(u)-q_2(k_2)R_2(u)\}\,e^{-i(u-t)}du-\ ck_1\right] \tag{2.3}$$

今擬探討在 T 期的最適改良規模所須符合的 1 階條件，令(2.3)式對k_1(資本規模)進行微分，並令其為 0，如此可求得最適改良規模所須符合之條件，如(2.4)

---

[3] 故時間由 t 期開始直到改良時機 T 為止。

[4] 故第 2 項的時間由改良時機 T 開始直到永遠(∞)為止，而第 3 項係一次性的支出，故無需積分。

[5] 其實這是一種「選擇權」(option)。

[6] 因此 $P^c(t,T^*)= P^p(t) + W_t(R)$，而且$P^p(t) = E_t^*\left[\int_t^{\infty}\{q_2(k_2)R_2(u)\}\,e^{-i(u-t)}du\right]$，代表繼續原有利用的不動產價值。(2.2)式代表改良權的價值，中括弧〔 〕內表示改良後的收益，惟須扣除機會成本(此等於改良前原來利用的收益以及改良的成本)。

式：

$$\frac{\delta V(R)}{\delta k_1} = \frac{\delta q_1(k_1)}{\delta k_1} E_t^* \left[\int_t^{\infty} \{R_1(u)\} e^{-i(u-t)} du - c\right] = 0$$

由此可求得：

$$\frac{\delta q_1(k_1)}{\delta k_1} E_t^* \left[\int_t^{\infty} \{R_1(u)\} e^{-i(u-t)} du\right] = c \tag{2.4}$$

(2.4)式表示最適改良規模須符合邊際收益((2.4)式左端)等於邊際成本((2.4)式右端)之條件，表示資本規模每增加 1 單位所增加的成本，須等於資本規模每增加 1 單位所能增加樓地板面積再乘以單位價值的結果。

最適改良時機亦可根據期望值求得之，設根據(2.3)式已計算過各期的最適開發規模，如此即可求得各期利用轉變權的價值。在達到最適改良規模時，(2.3)式即可改為(2.5)式：

$$V(R(t)) = E_t^* \left[\int_t^{\infty} \{q_1(k_1^*)R_1(u) - q_2(k_2)R_2(u)\} e^{-i(u-t)} du - ck_1^*\right] \tag{2.5}$$

故改良權價值($W_t(R)$)等於在改良期間 T 所能求得最大改良權的現值，如(2.6)式：

$$W_t(R) = 求極大_T E_t^*[V(R(t))e^{-i(T-t)}] \tag{2.6}$$

將(2.5)式代入(2.6)式，並對 T 求偏微分，即可求得最大改良權價值的 1 階條件，由此亦可求得最適改良時機的 1 階條件[7]：

$$q_2(k_2)R_2(T) = q_1(k_1^*)R_1(T) - ick_1^* - \frac{\delta V(R(T))}{\delta k_1^*}\frac{\delta k_1^*}{\delta T} \tag{2.7}$$

(2.7)式左端代表在改良時機 T 前原有利用的期望純收益，而右端第 1 項代表改良後在 T 期的期望純收益，第 2 項代表改良的投資額乘以利率，第 3 項代表改良時機延遲所導致改良權價值的增加額(以 χ 表示之)，各期皆根據(2.4)式求得最適資本規模，在改良規模可以增加的地區(例如都市)，此項因素非常重要，因為改良時機愈晚，最適改良規模愈大，不動產的供給價格亦愈高，導致改良權價值增加，而在改良規模變更無利可圖的未成熟地區(例如農村)，第 3 項即為

[7] 其實先求得$\frac{\delta W_t(R)}{\delta T}$=$-e^{-i(T-t)}\{q_1(k_1^*)R_1(T) - q_2(k_2)R_2(T)\}$+$ie^{-i(T-t)}ck_1^*$+$e^{-i(T-t)}\frac{\delta V(R(T))}{\delta k_1^*}\frac{\delta k_1^*}{\delta T}$= 0，然後將$e^{-i(T-t)}$消除，即可導出(2.7)式。

0[8]。

(2.7)式表示：改良前的期望純收益＝改良後的期望純收益－每年所須負擔的投資費用－改良時機延遲使得規模擴大所導致改良權價值的增加額，此係最適改良時機之充要條件，但尚須考慮改良所須使用的時間等因素，因改良後期望純收益及每年所須負擔投資費用須分別按照時間長短進行折現，且改良後期望純收益不確定性較高，故與兩者息息相之風險中立性機率亦需調整。

至於(B)方式(以出售為前提)的「供給價格」($P^s(t, T_s^*)$) 以下列方程式表示之：

$$P^s(t, T_s^*) = \text{求極大}_{T_S} E_t^* \left[\int_t^{T_s} q_2(k_2) R_2(u) e^{-i(u-t)} du + P^e(T_S) e^{-i(T_S-t)}\right] \tag{2.8}$$

其中，T_S表示出售時機，而$P^e(T_S)$表示出售時所能獲得的不動產售價，令(2.8)式對T_S求微分，並令其為 0，即可求得最適出售時機[9]：

$$q_2(k_2) R_2(T_S) = iP^e(T_S) - \frac{\delta P^e(T_S)}{\delta T_S} \tag{2.9}$$

(2.9)式的左端代表在 T 期根據原來利用所能獲得之期望純收益，右端第 1 項代表因為出售延遲所蒙受出售收益無法運用之損失，第 2 項代表期望出售收益增值，因為愈晚出售，不動產期望售價愈高。[10](2.9)式代表最適出售時機所須具備的條件，亦即：出售前期望純收益 ＝ 出售收益運用收益－ 期望出售收益因為延遲所產生的增值。

另由供給者的探討轉向需求者，需求者之需求價格構成方式與供給者之供給價格頗為類似，因為需求者購入土地後若不願繼續持有，即轉變為供給者，面臨相同的各種選擇，但與供給者稍有不同，因其尚須考慮最適購入時機；此外，因為土地投資金額龐大，常需借款，故構成資金的限制條件[11]。總之，需求

---

8 尚須考慮價值極大化的 2 階條件，因為對 T 的 2 階微分(令(2.6)式對 T 求微分)結果須為負，亦即左端(繼續原有利用的期望純收益)的變率須小於右端(改良後的期望純收益，惟須減去每年所須負擔的投資費用)的變率，方能滿足極大化的條件，一般而言，歷時已久的建築物，因為建築物老舊、經濟價值逐漸減少，其純收益上升率恆低於改良後的新建築物，故 2 階條件一般皆可滿足。

9 其實先求得$\frac{\delta P^s(T)}{\delta T_S} = - e^{-i(T-t)} q_2(k_2) * R_2(T) - ie^{-i(T_S-t)} P^e(T_S) + e^{-i(T_S-t)} \frac{\delta P^e(T_S)}{\delta T_S} = 0$，然後將$e^{-i(T-t)}$消除，即可導出(2.9)式。

10 須討論極大化的 2 階條件，因為T_S的 2 階微分(令(2.10)式對 T 求微分)須為負才符合極大化的條件，故左端(出售前的純收益)的變率，須小於右端(出售收益的運用收益減去出售收益的增值)的變率。

11 有時利率增加亦成為限制條件，惟本文不討論。

者在最適時機(T_b^*)購入土地後，所面臨情況與供給者相同，亦即上述(A)與(B) 2 種情況，可以選擇加以改良或求售，因此 t 期的投資價值($V_b(t)$)，等於以上 2 種情況中的最高價值，但受到資金限制。

換言之，需求者所能獲得的各種價值與供給者所面臨的情況完全相同：

$$P_b^c(t,T^{b*})=\text{求極大}_{T^b,k_1} E_t^*\left[\int_t^{T^b} q_2(k_2)R_2\,(u)e^{-i(u-t)}du + \int_{T^b}^{\infty} q_1(k_1)R_1(u)e^{-i(u-t)}du - ck_1e^{-i(T^b-t)}\right] \tag{2.10}$$

但如前所述，需求者與供給者唯一不同係尚須考慮「最適購入時機」，此乃指根據期望購入價格所能產生最大期望利益(需求者的期望剩餘=消費者剩餘)的購入時機，需求者的期望剩餘($\pi_b(t,T_b^*)$)可藉(2.11)式表示之：

$$\pi_b(t,T_b^*) = \text{求極大}_{T_b}\left[-P_b^c(T_b)e^{-i(T_b-t)} + V_b(T_b)e^{-i(T_b-t)}\right] \tag{2.11}$$

其中，$V_b(T_b) * e^{-i(T_b-t)}$代表在T_b時機需求價格的折現值，若在T_b時機需求價格的折現值已按照(2.10)式表示，則$V_b(T_b) * e^{-i(T_b-t)}$，尚可改按以下(2.12)式表示之：

$$\begin{aligned} V_b(T_b)e^{-i(T_b-t)} &= P_b^e(T_b, T^{b*})e^{-i(T_b-t)} \\ &= E_t^*\left[\int_{T_b}^{T^{b*}} q_2(k_2)R_2\,(u)e^{-i(u-t)}du + \int_{T^{b*}}^{\infty} q_1(k_1)R_1(u)e^{-i(u-t)}du - ck_1e^{-i(T^b-t)}\right] \end{aligned} \tag{2.12}$$

將(2.12)式代入(2.11)式，令其對T_b求偏微分，即可求得「最適購入時機」所需1階條件，結果為(2.13)式[12]：

$$i = \frac{q_2(k_2)*R_2(T_b)}{P_b^e(T_b)} + \frac{P_b^{e*}(T_b)}{P_b^e(T_b)} \tag{2.13}$$

其中，$P_b^{e*}(T_b)= \frac{\delta P_b^e(T_b)}{\delta T_b}$

(2.13)式代表「最適購入時機」須考慮按利率計算因購入延遲所損失的收益率(延遲利益率)，以及購入價格上升所造成的損失(延遲損失率)，換言之，須符合以下條件：「利率=繼續按現行利用的收益率+購入價格上升率」。

---

12 先求得$\frac{\delta\pi_b(t,T_b)}{\delta T_b} = -\ e^{-u(T_b-t)}q_2(k_2)R_2(T_b) + iP_b^c(T_b)e^{-u(T_b-t)} - e^{-i(T_b-t)}\frac{\delta P^e(T_b)}{\delta T_b} = 0$，然後將$e^{-i(T_b-t)}$消除，即可導出(2.13)式。

有時須考慮暫時性土地改良機會，若在「暫時性土地改良時機早於最適購入時機，而最適購入時機又早於最適土地改良時機」情況下，暫時性土地改良時機會影響購入時機，故須考慮改良與購入同時發生的最適時機，該時機T_b須進一步探討，因此將(2.12)式改為以下(2.14)式：

$$V_b(T_b)e^{-i(T_b-t)} = E_t^*\Big[-P_b^e(T_b)e^{-i(T_b-t)} + \int_{T_b}^{T^{b*}} q_3(k_3)R_3(u)e^{-i(u-t)}du - c_3k_3^*\, e^{-i(T_b-t)} + \int_{T^{b*}}^{\infty} q_1(k_1^*)R_1(u) * e^{-i(u-t)}du - ck_1^* e^{-i(T^b-t)}\Big] \tag{2.14}$$

將(2.11)式代入(2.14)式，令其對購入時機T_b求偏微分，即可求得「最適購入時機」所需的一階條件，結果為(2.15)式[13]：

$$i\ P_b^e(T_b) + c_3k_3^* = q_3(k_3^*) * R_3(T_b) + \frac{\delta P_b^e(T_b)}{\delta T_b} - \frac{\delta V_3(R_3(T_b))}{\delta k_3^*}\frac{\delta k_3^*}{\delta T_b} \tag{2.15}$$

其中下標 3 表示暫時性土地改良，(2.15)式左端代表延期利益，包括「暫時性土地改良成本的每年分攤額(包括購入費用在內)」因延遲所節省金額，而右端代表延遲損失，包括「暫時性土地改良的期望純收益」(第 1 項)，「購入時機延遲所導致購入價格的上升」(第 2 項)，及「暫時性土地改良延遲所導致暫時性土地改良價值的上升」(第 3 項)，當延期利益等於延遲損失時即為「最適購入時機」(=暫時性土地改良的最適時機)。

由此可見，土地市場理論的重建完全正確(如表 1)，因其運作與傳統的供需理論相同，例如最適改良規模須符合邊際收益等於邊際成本的條件((2.4)式)。

---

13 先求得$\frac{\delta\pi_b(t,T_b)}{\delta T_b} = iP_b^{e*}(T_b)e^{-i(T_b-t)} - \frac{\delta P_b^e(T_b)}{\delta T_e}e^{-i(T_b-t)} - q_3(k_3^*)R_3(T_b)e^{-i(u-t)} + ic_3k_3^*e^{-i(T_b-t)} + \frac{\delta V_3(R_3(T_b))}{\delta k_3^*}\frac{\delta k_3^*}{\delta T_b}e^{-i(T_b-t)} = 0$，其中，$V_3\big(R_3(T_b)\big) = E_{T_b}^*\Big[\int_{T_b}^{T^{b*}} q_3(k_3^*)R_3(u)e^{-i(u-T_b)}du - c_3k_3^* + \int_{T^{b*}}^{\infty} q_1(k_1^*)R_1(u)e^{-i(u-T_b)}du - ck_1^*e^{-i(T^{b*}-T_b)}\Big]$，將$e^{-i(T_b-t)}$消除，即可導出(2.15)式。

表 1　土地市場的運作的結果

	供給者		需求者	
	改良時機	出售時機	改良時機	購入時機
結果	改良前的期望純收益 ＝ 改良後的期望純收益 － 每年所須負擔的投資費用 － 改良時機延遲使規模擴大所導致改良權價值的增加額(2.7)	出售前的期望純收益 ＝ 出售收益的運用收益－ 期望出售收益因為延遲所產生的增值(2.9)	與供給者相同(2.7)	利率 =繼續按現行利用的收益率+購入價格上升率(2.13)

參、地價稅對需求價格及供給價格的影響

假設需求者在期初購入土地，擬期末出售，土地按照所考慮的價格(需求價格=需求者的投資價格)購入。

稅前土地的需求價格(V_b)為：

$$V_b = \frac{R_b}{1+y_b} + \frac{P_1^b}{1+y_b} \tag{3.1}$$

其中，R_b代表需求者的當期期望收益，y_b代表需求者投資土地的期望收益率，而P_1^b代表期末的土地期望價格，且期望上漲率為g_b，如此則$P_1^b = (1+g_b)V_b$，由此可改為以下(3.2)式：

$$V_b = \frac{R_b}{y_b - g_b} \tag{3.2}$$

假設地價稅稅率為τ，對需求者的投資價格有所影響，因為課徵地價稅後，土地價格將有變化[14]，但假設土地價格的上漲率仍不變($g_b = g_b^*$)。

地價稅在期初根據當時的土地價格進行課徵，因為課稅關係，稅後需求價格變為：

$$V_b^* = \frac{R_b}{1+y_b} + \frac{P_1^{b*}}{1+y_b} - \frac{\tau V_b^*}{1+y_b} \tag{3.3}$$

[14] 課徵地價稅後，設地租無法轉嫁，R_b即無變化。

右端經過運算後可改為下式：

$$V_b^* = \frac{R_b}{y_b - g_b + \tau} \tag{3.4}$$

其中假設$g_b = g_b^* = (P_1^{b*} - V_b^*)/V_b^*$

(3.4)式可藉(3.3)式改為下式：

$$V_b^* = \frac{R_b}{1+y_b+\tau} + \frac{P_1^{b*}}{1+y_b+\tau} \tag{3.5}$$

換言之，任何淨現值都是淨收益除以(1+折現率) 的結果，課徵地價稅的效果等於折現率由y_b增加為$y_b+\tau$ (因為稅率為τ)，因為折現率上升，等於淨現值減少，故需求者的需求價格下降，下降程度可計算如下，此即課徵地價稅對需求價格之影響：

$$\frac{V_b - V_b^*}{V_b} = \frac{\tau}{y_b - g_b + \tau} \tag{3.6}$$

根據(3.6)式，顯可看出地價稅對需求價格之影響與($y_b - g_b$)有關，換言之，需求者投資土地的期望收益率(y_b)若很小，則課徵地價稅對需求價格的影響也不大，若資本利得率(g_b)很大則對需求價格影響也不小。

另外，假設供給者在期初持有一筆土地，擬在期末出售，希望持有期間價值能增加，土地依所考慮價格(供給價格=供給者的持有價格)出售。

課稅前的土地供給價格(V_s)等於：

$$V_s = \frac{R_s}{1+y_s} + \frac{P_1^s}{1+y_s} \tag{3.7}$$

其中，R_s代表該期供給者的期望收益，y_s代表供給者對土地的期望收益率，而P_1^s代表期末的土地期望價格。供給者在認定期末土地期望價格時，即同時認定期望上漲率為g_s ，如此則$P_1^s = (1+g_s)\, V_s$，故(3.7)式可改為以下的(3.8)式：

$$V_s = \frac{R_s}{y_s - g_s} \tag{3.8}$$

與地價稅對需求價格的影響完全相同，假設地價稅稅率為τ ，對土地的期望收益(R_s)及土地期望上漲率 (g_s)皆有影響，地價稅在期初根據當時的土地價格課徵，稅後供給價格如(3、9)式，即稅收供給價格下降：

$$V_s^* = \frac{R_s}{1+y_s} + \frac{P_1^{s*}}{1+y_s} - \frac{\tau \times V_s^*}{1+y_s} \tag{3.9}$$

右端經過運算後可改為下式：

$$V_s^* = \frac{R_s}{y_s - g_s + \tau} \tag{3.10}$$

其中假設$g_s = g_s^* = (P_1^{s*} - V_s^*)/V_s^*$。

(3.10)式的內容與影響需求價格的理論相同，供給價格的變化率可按下式計算之：

$$\frac{V_s - V_s^*}{V_s} = \frac{\tau}{y_s - g_s + \tau} \tag{3.11}$$

(3.11)式的內容與(3.6)式類似，僅期望收益率，及期望土地價格上漲率的符號有所不同。欲比較地價稅對需求價格與供給價格相對影響，可比較供給者$(y_s - g_s)$與需求者$(y_b - g_b)$的相對大小即知：

若$(y_s - g_s) > (y_b - g_b)$，則 $\frac{\tau}{y_s - g_s + \tau} < \frac{\tau}{y_b - g_b + \tau}$　(3.12)

換言之，供給者期望收益率與期望土地價格上漲率之差(等於土地的期望資本利得率)若大於需求者二者之差，則供給價格降幅少於需求價格降幅。反之，若供給者的土地期望資本利得率小於需求者，則供給價格降幅大於需求價格降幅；

若$(y_s - g_s) < (y_b - g_b)$，則 $\frac{\tau}{y_s - g_s + \tau} > \frac{\tau}{y_b - g_b + \tau}$　(3.13)

供給價格下降的程度比需求價格大，課徵地價稅將導致交易量增加，若供給價格下降程度比需求價格更小，則交易量反而減少先人擁有土地，而且愛惜土地，持有土地的動機通常以非貨幣效用為主，故供給者的期望收益率較低，而土地期望資本利得率更小，因此供給價格下降程度高於需求價格下降程度，地價因而降低，此表示對土地課徵地價稅，可以促進土地利用，因為地價降低，土地利用成本隨著減少，有利於各行各業的經營。

換言之，課徵地價稅多由供給者負擔，故可課去不勞而獲，達到所得分配的公平性。地價稅對需求價格及供給價格的影響彙整如表 2：

表 2　地價稅對需求價格以及供給價格的影響

	供給價格(V_s)	需求價格(V_b)
稅前	$R_s/(y_s-g_s)$　(3.8)	$R_b/(y_b-g_b)$　(3.2)
稅後	$R_s/(y_s-g_s+\tau)$　(3.10)	$R_b/(y_b-g_b+\tau)$　(3.4)
課稅效果	供給價格下降，下降程度等於 $\tau/y_s-g_s+\tau$　(3.11)	需求價格下降，下降程度等於 $\tau/(y_b-g_b+\tau)$　(3.6)
綜合效果	因為供給價格下降程度高於需求價格的下降程度，導致課徵地價稅後地價下降，但交易量增加。	

肆、課徵地價稅對土地市場的影響

課徵地價稅不但對地價與交易量發生直接影響，且對土地最適改良時間及最適改良規模亦有影響，若地價稅稅率為 τ ，則(2.1)式可改為：

$$P^c(t,T^*,\tau)=\text{求極大}_{T,k_1}E_t^*\left[\int_t^T q_2(k_2)R_2(u)e^{-(i+\tau)(u-t)}du+\int_T^\infty q_1(k_1)R_1(u)e^{-(i+\tau)(u-t)}du-ck_1e^{-(i+\tau)(T-t)}\right] \tag{4.1}$$

所有符號的意義皆與第 2 節相同，如 i 表示無風險利率。課徵地價稅對土地價值的影響以(4.2)式表示：

$$\frac{\delta P^c(t,T^*,\tau)}{\delta\tau}=\frac{\delta P^c(t,T^*,\tau)}{\delta\tau}\Big|_{T,k=\text{常數}}+\frac{\delta P^c(t,T^*,\tau)}{\delta T}\frac{\delta T}{\delta\tau}+\frac{\delta P^c(t,T^*,\tau)}{\delta q_1(k_1)}\frac{\delta q_1(k_1)}{\delta k_1}\frac{\delta k_1}{\delta\tau} \tag{4.2}$$

(4.2)式右端第 1 項代表不考慮改良規模與改良時間變化，課徵地價稅對土地價值的影響，第 2 項代表改良時間變化對土地價值的影響，而第 3 項代表改良規模變化對土地價值的影響：第 1 項課徵地價稅對土地價值的影響，結果必為負，第 2 項代表稅後為求土地價值的最大化，改良時間改變所發生的影響，結果為非負(故可緩和土地價值下降的程度)，第 3 項代表改良規模變化對土地價值的影響，須再深入探討，為求最適資本規模(改良規模)對資本規模(k)的偏微分，結果如下：

$$\frac{\delta q_1(k_1)}{\delta k_1}E_t^*\left[\int_t^\infty\{R_1(u)\}e^{-(i+\tau)(u-t)}du\right]=c \tag{4.3}$$

與(2.4)式比較，左端因折現率上升，導致改良規模縮小，故(4.2)式右端第 3

項亦使得土地價值下降，由此亦可進一步證實土地價值因課徵地價稅而下降。

其次，擬討論最適改良時間(T)的變化對土地價值的影響，由(4.2)式所產生的價值減去(2.4)式的價值，即可求得改良後土地價值增加情形，結果如下：

$$V(R(t),\tau)=E_t^*\left[\int_t^{\infty}\{q_1(k_1^*)R_1(u)-q_2(k_2)R_2(u)\}e^{-(i+\tau)(u-t)}du-ck_1^*\right] \tag{4.4}$$

根據(4.4)式可求得最適改良時間，尚可求得在改良時間 T 之改良權價值最大值($W_t(R)$)，以(4.5)式表示：

$$W_t(R,\tau)=\text{求極大}_T E_t^*[V(R(t),\tau)e^{-(i+\tau)(T-t)}] \tag{4.5}$$

令(4.5)式對 T 求偏微分，即可求得以下結果：

$$\frac{\delta W_t(R,\tau)}{\delta T}=-(i+\tau)V(R(t),\tau)e^{-(i+\tau)(T-t)}+\frac{\delta V(R(T,\tau))}{\delta T}$$

$$e^{-(i+\tau)(T-t)}=0$$

$$i+\tau=\frac{V(R(t)^*,\tau)}{V(R(t),\tau)} \tag{4.6}$$

其中，$V(R(t)^*,\tau)=(i+\tau)\alpha-\beta+\chi$

$$\alpha=\int_T^{\infty}\{q_1(k_1)R_1(u)-q_2(k_2)R_2(u)\}e^{-i(u-t)}du$$

$$\beta=q_1(k_1)R_1(T)-q_2(k_2)R_2(T)$$

$$\chi=\frac{\delta V(R(T),\tau)}{\delta k_1}\frac{\delta k_1}{\delta T}$$

其中，α 可解釋為開發前後不動產收益的價值，β 為開發前後不動產收益的差額，而 χ 為改良時資本規模的變動對稅前(後)最高改良價值的影響，(4.6)式右端等於改良權價值的成長率，令其對 τ 求偏微分，即可求得以下地價稅對($\dot{V}/V$)所產生的影響，結果如下：

$$\frac{\delta(\dot{V}/V)}{\delta\tau}=-\frac{\dot{V}}{V^2}\frac{\delta\alpha}{\delta\tau}+(i+\tau)\frac{1}{V}\frac{\delta\alpha}{\delta\tau}+\alpha\frac{1}{V}+\frac{1}{V}\frac{\delta\chi}{\delta\tau} \tag{4.7}$$

$$V=\alpha-ck_1^*$$

此外，為探討最適改良時間，可將(4.6)式展開並獲得以下結果：

$$\beta-\chi-(i+\tau)k_1^*=0 \tag{4.8}$$

將(4.7)加以整理，可獲得以下(4.9)式：

$$\frac{\delta(\dot{V}/V)}{\delta\tau} = \alpha\frac{1}{\alpha-ck_1}+\frac{1}{\alpha-ck_1}\frac{\delta\chi}{\delta\tau} \tag{4.9}$$

(4.9)式的變化若小於 1，則(4.6)式左端的變化即較小，改良時間提早，反之，若變化大於 1，則改良時間反而延遲，若$\chi = 0$，且$ck_1 > 0$，則變化大於 1。可將最適資本規模(k^*)及最適改良時間(T^*)代入(4.2)式，即可求得維持原來利用，且俟適當時間再改良的土地價值。根據以上討論，最適改良時機(T)因為課徵地價稅而提前，根據相同理由，暫時土地改良時機(T_{in})也會隨著提前。

其次，需討論維持原來利用俟適當時機(T_S^*)再行出售的土地價值，可將(2.8)式修正如下：

$$P^s(t,T_S^*,\tau)=求極大_{T_S}E_t^*\left[\int_t^{T_s}q_2(k_2)R_2(u)e^{-(i+\tau)(u-t)}du+P^e(T_S)e^{-(i+\tau)(T_S-t)}\right] \tag{4.10}$$

為強調地價稅對土地價值所發生的效果，仿照繼續持有的情況，並以(4.11)式表示：

$$\frac{\delta P^s(t,T_S^*,\tau)}{\delta\tau}=\frac{\delta P^s(t,T_S^*,\tau)}{\delta\tau}\Big|_{T_S^*=常數}+\frac{\delta P^s(t,T_S^*,\tau)}{\delta T_S^*}\frac{\delta T_S^*}{\delta\tau} \tag{4.11}$$

(4.11)式右端 1 項代表不考慮出售時機的變化，課徵地價稅對土地價值的影響，而第 2 項代表出售時機的變化對土地價值的影響；第 1 項代表課徵地價稅對土地價值的影響必為負，而第 2 項代表稅後為求土地價值的最大化，出售時機改變所發生的影響，結果為非負(可緩和土地價值下降的程度)。

將(4.10)式對T_S求微分，即可看出課徵地價稅對最適出售時機的影響：

$$q_2(k_2)*R_2(T_S)=(i+\tau)P^e(T_S,\tau)-\frac{\delta P^e(T_S,\tau)}{\delta T_S}$$

$$(i+\tau)=\frac{q_2(k_2)*R_2(T_S)}{P^e(T_S,\tau)}+\frac{\frac{\delta P^e(T_S,\tau)}{\delta T_S}}{P^e(T_S,\tau)} \tag{4.12}$$

根據(4.12)式，右端第 1 項分子代表出售價格因為課徵地價稅減少而導致上升的程度，屬於收入利得的一部分，惟與左端比較，上升的程度較小，第 2 項代表出售價格的上升率，與以上討論結果相同，表示沒有變化，且設右端因為時間增加而收益率降低，左端因為增加，故出售時機須提早。

對需求者而言，所謂最適購入時機是按「期望購入價格」，所能獲得最大期望利益(需求者的期望剩餘=消費者剩餘)的購入時機，課徵地價稅後，需求者的期望剩餘與(2.12)式類似，改以(4.13)式表示如下：

$$\pi_b(t,T_b^*,\tau)=\text{求極大}_{T_b}\left[-P_b^e(T_b,\tau)e^{-i(T_b-t)}+V_b\left(T_b,\tau\right)e^{-i(T_b-t)}\right] \tag{4.13}$$

為討論最適購入時機，擬先考慮購入後在選擇適當時機(T_b^*)進行改良的情況，並以$V_b\left(T_b,\tau\right)$表示之：

$$V_b\left(T_b,\tau\right)=P_b^e(T_b,T^{b*},\tau)=E_t^*\left[\int_{T_b}^{T^{b*}}q_2(k_2)R_2(u)e^{-(i+\tau)(u-t)}du+\int_{T^{b*}}^{\infty}q_1(k_1^*)R_1(u)e^{-(i+\tau)(u-T_b)}du-ck_1e^{-(i+\tau)(T^{b*}-T_b)}\right] \tag{4.14}$$

將(4.14)式代入(4.13)式，並令其對T_b求偏微分，即可求得「最適購入時機」所需的一階條件，結果為(4.15)式：

$$\begin{aligned}\pi_b\left(t,T_b^*,\tau\right)=\text{求極大}_{T_b}E_t^*\Big[&-P_b^e(T_b,\tau)e^{-i(T_b-t)}+\\&e^{-i(T_b-t)}\int_{T_b}^{T^{b*}}q_2(k_2)R_2(u)e^{-(i+\tau)(u-T_b)}du+\\&e^{-i(T_b-t)}\int_{T^b}^{\infty}q_1(k_1^*)R_1(u)e^{-(i+\tau)(u-T_b)}du-\\&ck_1e^{-(i+\tau)(T^{b*}-T_b)}e^{-i(T_b-t)}\Big]\end{aligned} \tag{4.15}$$

其中$P_b^e\left(T_b,\tau\right)$表示購入期望價格，在購入前尚未課徵地價稅，故由購入時機至目前為止，須按折現率(以利率為準)折現，無須考慮地價稅稅率。令(4.15)式對T_b求偏微分，再加以整理，即可獲得以下(4.16)式：

$$i=\frac{q_2(k_2)*R_2(T_b)-\tau P_b^e(T_b,T^{b*},\tau)}{P^e(T_b,\tau)}+\frac{\frac{\delta P_b^e(T_b,\tau)}{\delta T_b}}{P^e(T_b,\tau)} \tag{4.16}$$

(4.16)式代表原來土地利用的期望收益率(業已扣除地價稅的負擔)所反應購入期望價格($P_b^e(T_b,\tau)$)的上升率再加上「延遲購入的損失率」，在等於利率(i)時，即成為「最適購入時機」。[15]

設(4.16)式右端第 2 項購入期望價格的上升率在稅前或稅後都相等，第 1 項

[15] 對 2 階條件而言，令(4.14)式對T_b求 2 階偏微分，結果為負，(或令對T_b求 2 階偏微分(4.15)式對T_b求偏微分，結果右端為正)，此表示(4.15)式右端延遲損失率上升，若購入期望價格的上升率更低，永遠都不買卻更有利，由此即無法獲得「最適購入時機」的解。

分母代表購入預定價格，而分子代表收益率，兩者皆因課稅而降低，故兩者相對降低程度，使得「最適購入時機」發生變化，此即「地價稅」對最適購入時機的影響。

設(4.16)式右端第 1 項分子的降低程度較大，而分母的降低程度較小，則第 1 項變小，課徵「地價稅」將使最適購入時機延遲，相反地，分子降低程度較小，而分母降低程度較大，課徵「地價稅」將使最適購入時機提早。因在市場價格(購入期望價格)不變時，分子降低程度若較分母大，需求者購入後須負擔「地價稅」，使得收益率降低，供給者供給價格下降率若較小，則購入時機應延遲。相反地，在市場價格(購入期望價格)下降率較大情況下，亦即供給者的供給價格下降率若較大，則購入時機應提早。

如前所述，供給者利用土地的能力低於需求者，故預期的收益率降低程度較小，而預期的市場價格降低程度較大，課徵「地價稅」將使最適購入時機提早，這種結論，與供給者的供給價格下降率大於需求者需求價格下降率時，地價下降，且交易量增加的情況完全一致。彙整說明課徵地價稅對土地市場影響如表 3：

表 3　課徵地價稅對土地市場的影響

	供給者		需求者	
	改良時機	出售時機	改良時機	購入時機
影響	提前(4.9)	提前(4.11)	提前(4.9)	提前(4.16)

伍、結論

課徵「地價稅」後，因為土地供給價格下降程度高於需求價格下降程度，地價因而降低，導致交易量增加，可減少「不勞而獲」的機會，且稅收收歸公有，可朝向土地利用公平性邁進。

供給者若擬維持原來利用俟適當時機再行改良，課徵「地價稅」後，最適改良時機因課徵地價稅而提前，暫時性改良時機也會隨之提前；即使供給者若擬維持原來利用俟適當時機再行出售，課徵地價稅將使最適出售時機提前；對

需求者而言，亦面臨最適改良時機及最適出售時機皆提前的情況，但對最適考慮購入時機而言，因供給者預期的收益率降低程度較小，而預期的市場價格降低程度較大，課徵「地價稅」使最適購入時機提早，故改良可提前，土地市場得以正常發展，於是游資撤離土地市場轉向生產性事業，土地利用成本降低促使各行各業可蓬勃發展，再加上「地價稅」稅收可支援公共建設，促進經濟發展，故達到土地利用的效率性；課徵「地價稅」美中不足的地方是改良規模縮小(比較(2.4)與(4.3))，此與本文主張可促進「緊密城市」(compact city)有所違背，但稅為必要之惡且須由整體觀點進行分析，課徵地價稅後，如對改良物減稅或免稅，對課徵「地價稅」所造成的衝擊具有緩衝作用，況且現代土地改良，資本功能大於土地，最後反而使房屋投資增加的結果。

參考文獻

1. 前川俊一(2003)，不動產經濟學，日本東京：株式會社プログレス。
2. Bird, R.M. and E. Slack(2002) *,Land and Property Taxation: A Review*, World Bank.
3. Collins, M.L. and A.Larragy(2011) ,Designing A Site Value Tax for Ireland, ERU working paper series.
4. Lyons,R.(2011) *,Residential Site Value Tax in Ireland*, Smart Taxes Network.
5. Prest, A.R.(1981) *,The taxation of urban land*, Manchester.
6. *United Nations(*2014*),Current World Population, Department of Economic and Social Affairs*. Retrieved 11 July.
7. Wightman,A.(2009),*A Land Value Tax for Scotland*, Green MSPs, Scottish Parliament.
8. Wightman,A.(2013),A Land Value Tax for England, www.andywightman.com/docs/LVT_england_final.pdf.

符號意義對照表

符號	意義
c	每單位樓地板面積的資本費用(投資額)
e^{-z}	折現因子(z 代表折現率)
Et *	T 期的期望值運算因子(*表示利用實際機率計算)
g_b	土地的期望上漲率
k	資本規模
i	無風險的利率
P_1^b	需求者第 1 期期末的土地期望價格
P_1^s	供給者第 1 期期末的土地期望價格
$P^c(t,T^*)(P^c(t,T^*,\tau))$	維持原來利用，俟最適時機才加以改良的土地供給稅前(後)價格
$P_b^c(t,T^{b*})$	買後維持原來利用，俟最適時機才加以改良的土地需求價格
$P^s(t,T_s^*)(P^s(t,T_s^*,\tau))$	維持原來利用，俟最適時機出售，原來利用也可能繼續維持，惟可能在T_{in}^*時機推行暫時性改良的稅前(後)土地供給價格
$P^e(T_S)$	出售時所能獲得的不動產售價
$P_b^e(T_b,\tau)$	表示購入期望價格
$q_1(k_1)$	土地改良後的資本規模
$q_2(k_2)$	土地改良前的資本規模
R_b	需求者的當期期望收益
R_i	每單位樓地板面積的純收益
R_s	供給者的當期期望收益
t	時間
T	土地改良時機
T^*	最適改良時機
T_b^*	購入土地最適時機
T_{in}^*	暫時性改良最適時機
T_s^*	最適出售時機

符號	意義
$V(R(t))$ $(V(R(t), \tau))$	最適改良時機的稅前(後)最高改良價值
V_b或$V_b(t)(V_b(T_b, \tau))$	土地的稅前(後)需求價格(投資價值)
V_s或$V_s(t)$	土地供給價格(持有價值)
$W_t(R)(W_t(R, \tau))$	土地改良權的稅前(後)淨現值
y_b	需求者投資土地的期望收益率
y_s	供給者對土地的期望收益率
α	開發前後不動產收益的價值
β	開發前後不動產收益的差額
τ	地價稅的稅率
$\pi_b(t,T_b^*)(\pi_b(t,T_b^*, \tau))$	需求者的稅前(後)期望剩餘
χ	改良時資本規模的變動對稅後最高改良價值的影響