

歐元區國家政府債務與經濟成長關係之研究

林欣瑩、翁銘章 *

要 目

壹、緒論

肆、實證結果與分析

貳、文獻回顧

伍、結論

參、研究方法與實證模型

提 要

本文探討歐元區 19 個國家債務占 GDP 比例及其他解釋變數對實質人均 GDP 成長率(下稱實質經濟成長率)之影響,除馬爾他外,其餘使用 1999 年至 2017 年之季資料。

實證結果發現愛沙尼亞、愛爾蘭、盧森堡、葡萄牙、斯洛伐克與西班牙等 6 國,適用 STR(Smooth Transition Regression, STR)模型,各國隨著債務比增加,實質經濟成長率之一階自我迴歸邊際效果為遞減、失業率之邊際效果為負且影響逐漸減弱、通貨膨脹率之係數多為負且影響逐漸增強。其餘 13 國線性迴歸或共整合分析,結果顯示實質有效匯率與債務比對實質經濟成長率之邊際效果多為顯著正相關,支持 Eisner (1995)結論;失業率及通貨膨脹率與實質經濟成長率多半為負相關,亦符合奧肯法則(Okun's Law)(1962)推論;至於企業稅收占比對實質經濟成長率之效果,則多半為正相關。

*本文作者分別為國立高雄大學應用經濟學系碩士、副教授。

壹、緒論

2008 年爆發美國次貸金融危機，因歐元區國家共同使用歐元，無法個別實施寬鬆貨幣政策振興經濟，僅能使用財政政策不斷增加公共支出，導致歐元區國家債務比驟增，最終在 2009 年底發生歐洲主權債務危機，(下稱歐債危機)。歐債危機爆發中心為希臘，希臘於 2009 年 10 月政黨輪替，新政黨接手後揭露前政黨隱匿高額債務缺失，2009 年 12 月，執政黨證實政府財政赤字與公共債務占國內生產總值比例分別高達 12.7%與 113%，遠超過歐盟《穩定與增長公約》規定之 3%與 60%上限。此消息一出，歐債危機隨即爆發，全球再次陷入經濟低潮，情勢於 2010 年初最為嚴峻，直至 2012 年底危機才暫時解除。

歐債危機迅速以希臘為中心，擴散至其他財政體質亦相對脆弱國家，如葡萄牙、愛爾蘭、義大利、西班牙，歐豬五國(PIIGS)就此誕生。這些國家爆發危機之成因不盡相同，愛爾蘭當時核心問題並非出自於政府，而是因愛爾蘭加入歐元區後，經濟快速增長，帶動房地產市場高漲，直至金融海嘯發生後，造成愛爾蘭房地產泡沫而金融體系崩潰；西班牙問題主要為營造業泡沫化及高居不下之失業率，根據 IMF 資料來源，西班牙失業率在 2008 年與 2012 年分別為 11.27%與 24.79%，上升逾一倍；義大利因社會福利政策過好，政府發放高額救濟補助金予失業人口，減少民眾工作動機導致競爭力低落，長年經濟疲軟不堪；葡萄牙產業結構以農業、紡織為主，前述勞力密集產業逐漸被中國、東南亞等勞工薪資較低廉之國家取代。

2010 年爆發歐債危機時，歐洲國家金融市場低迷、造成實質生活動盪及經濟衰退，連帶全球經濟遭受波及，各國開始更嚴格控管政府債務，避免步上希臘破產之後塵，而當時政府債務與經濟成長之關係也廣泛受到學者探討，然而，大多數相關文獻使用追蹤資料迴歸模型(panel regression)，並未考慮每個國家經濟體質差異，若使用相同模型迴歸估計，可能導致相對低效率之實證結果。因此，本文分別檢定歐元區 19 個國家政府債務與實質人均 GDP 成長率，並加入其他解釋變數，檢測應適用何種模型，再使用不同迴歸式對各國進行估計分析，期能得到更精準且有效之結果。

貳、文獻回顧

一、政府債務與經濟成長之關聯

政府債務與經濟成長間呈現單一效果關聯主要有 3 位學者提出不同論點，分別如下：

- (1) Friedman(1977)提出排擠效果，認為較高之赤字與債務，會造成 IS 曲線右移，導致利率上升，借貸成本增加，經濟成長因而下降，所以債務對於經濟呈現負向關係。
- (2) Barro(1989)認為當期稅收減少，民眾預期未來稅收必增加，因為減少當期稅收只是代表延後課稅，而不是減輕稅負，因此在理性預期下並不會增加消費，所以債務對於經濟並無關聯。
- (3) Eisner(1995)提出刺激效果，認為較高之赤字與債務，會刺激消費、投資、就業率及經濟成長，所以債務對於經濟呈現正向關係。

除上述單一方向效果外，亦有其他學者對政府債務與經濟成長提出非線性觀點，實證結果發現當債務小於特定門檻水準時，經濟成長為正向，但當債務超過門檻時，會因債務規模龐大出現清償危機，造成許多國家經濟指標不樂觀，造成經濟成長為負，此非線性論點稱為 Debt Laffer Curve(Claessens, 1990; Cohen, 1993; Husain, 1997)，以圖形表示則呈現倒 U 形關係。

二、債務水準與經濟成長存在排擠效果

Kumar and Woo(2010)對 38 個已開發及開發中國家，研究時間為 1970 年至 2007 年，首先使用 OLS 迴歸，發現債務每增加 10%，開發中國家相較已開發國家之實質人均 GDP 每年會多減少 0.1%，接著使用虛擬變數將債務大小分 3 類，以探討非線性效果，發現債務比超過 90% 之高債務國對經濟成長有顯著且較大之負向影響。作者認為債務對經濟成長呈現負相關係因愈高之債務水準會使投資減少，且資本存量成長率下降，而使勞動生產力隨之下降。

Balassone et al.(2011)以義大利 1861 年至 2009 年為樣本資料，生產函數為主要模型，亦使用自我迴歸分配遞延(autoregressive distributed lag, ARDL)與兩階段最小平方法(two stages least squares, 2SLS)，結果發現債務比與實質人均所得成長

呈現負相關，作者認為其影響途徑為投資減少，而在第一次世界大戰前，外債相較內債對經濟成長之負面影響更為顯著。

郎偉芳(2012)對我國進行研究，採用 1976 年至 2011 年之年資料，利用 OLS 迴歸，得出政府債務比與經濟成長率呈顯著負相關，邊際效果為-0.11%。

Rais and Anwar(2012)對巴基斯坦 1970 年至 2010 年債務及經濟研究，使用 OLS 分別分析內債、外債及經濟成長 3 個主題，發現在 95%信心水準下，消費支出及出口值對內、外債均有顯著正相關，而內、外債對人均 GDP 成長率有顯著負相關。作者認為對發展中國家而言，若內債被用於投資，那債務對經濟有正向影響，但在巴基斯坦，債務主要用於消費目的，因此造成負面影響。

三、債務水準與經濟成長無關聯

Ogunmuyiwa(2011)研究奈及利亞 1970 年至 2007 年外債及 GDP 成長率之關係，模型依序使用 Granger 因果關係、Johansen 共整合，以及向量誤差修正模型 (vector error correction model, VECM)，結果發現外債對 GDP 成長率並無顯著因果關係。就資料顯示 1985 年至 1995 年及 2000 年至 2004 年期間，奈及利亞擁有較高債務占 GDP 比率，但 GDP 成長率卻相對緩慢甚至負成長，因此該文另外含義是，奈及利亞之高債務出自領導人浪費性支出及寬鬆無紀律之金融規範，而非應用於資本投資與社會管理來促進經濟成長，所以爾後政府應當引以為戒並妥善負責處理。

四、債務水準與經濟成長存在刺激效果

Chang and Chiang(2012)研究 19 個 OECD 國家，使用 1993 年至 2007 年之年資料，模型使用追蹤資料平滑轉換迴歸，迴歸結果之債務比門檻值為 97.82%，小於此門檻時，落後 1 期債務比對實質 GDP 成長之邊際效果為 0.056%；大於此門檻時，落後 1 期債務比對實質 GDP 成長之邊際效果為 0.029%。

Herndon et al.(2013)指出 Reinhart and Rogoff(2010)之部分指令錯誤，他們重新估計戰後時代程式，迴歸結果發現，債務比超過 90%時，實質 GDP 成長率應為 2.2%，而非-0.1%。

Mohammad and Haris(2015)以馬來西亞 1970 年至 2010 年為樣本資料，使用

新古典成長模型與自我迴歸分配遞延，被解釋變數為全要素生產率，實證結果發現全要素生產率、債務、投資、貿易開放度、教育，及人口成長之間存在共整合關係，而在 90% 信心水準下，除人口成長對全要素生產率呈現負相關外，其餘皆呈現正相關，因此，長期而言債務對經濟成長呈現正向影響，同時也對製造業及服務業有一定貢獻。

Abubakar(2016)對印度 1989 年至 2014 年進行研究，被解釋變數為實質 GDP，解釋變數為內債比、外債比、債務償還及毛國內資本形成(Gross Domestic Capital Formation, GDCF)，模型使用 Johansen 共整合分析，發現變數間存在長期關係，接著使用向量誤差修正模型結果顯示，短期關係中除毛國內資本形成對實質 GDP 為顯著負相關外，其餘皆為顯著正相關，同時也使用 Granger 因果關係，發現因果關係從所有解釋變數到實質 GDP；長期關係中除債務償還對實質 GDP 為顯著負相關外，其餘皆為顯著正相關，而內、外債比對實質 GDP 之邊際效果為 0.1% 與 0.13%。

五、債務水準與經濟成長存在倒 U 形關係

Checherita and Rother(2010)觀察 12 個歐元區國家，時間由 1970 年至 2010 年，使用二次函數呈現債務比對經濟成長關係，發現兩者關係用圖形呈現為倒 U 型，轉折點為債務比在 90% 至 100% 之間，而根據信賴區間顯示，推測債務比有可能從 70% 至 80% 就對經濟成長具負向影響。研究證實債務主要經由 4 個管道影響經濟成長，分別為私人儲蓄、社會投資、全要素生產率，以及主權債券長短期利率。

Reinhart and Rogoff (2010)對 44 個國家且研究時間橫跨兩百年進行研究，當債務比小於 90% 時，實質 GDP 成長率大約介在 3% 至 4%，而當債務占 GDP 比例達 90% 以上時，實質 GDP 成長率為 -0.1%，而在金融危機期間，不論是已開發抑或開發中國家，債務比皆平均上升 20%。至於通膨對經濟成長之關連，結果顯示對於大部分已開發國家並無顯著關聯性，但是少部分國家如美國，則當債務比愈高，通膨亦愈高；開發中國家之高通膨通常也伴隨高債務比。

Moreira(2011)使用內生成長模型及動態追蹤資料模型研究七大工業國組織(G7)，研究期間為 1990 年至 2008 年，實證結果顯示在一般情況下，李嘉圖等值

定理並不成立，不過美國與法國研究結果顯示李嘉圖等值定理成立，而德國公共債務與經濟成長存在負向關係；英國、日本、義大利及加拿大則顯示正相關。

Baum et al.(2012)研究 12 個歐洲國家，進行非動態與動態追蹤資料門檻模型及工具變數－兩階段最小平方法等迴歸分析，為區分金融危機發生前後，分別設定兩組研究期間，為 1990 年至 2007 年及 1990 年至 2010 年兩組，首先第一組時間之債務比門檻均為 66.4%，小於此門檻之債務可顯著提高經濟成長，接著第二組時間之非動態與動態迴歸之債務比門檻分別為 71.7%與 95.6%，大於此門檻之邊際效果為顯著負相關。作者認為當一國起始債務比處於低水準時，短期刺激效果有其用處，因此可以增加政府赤字與債務；而當起始債務比較高時，刺激效果將大幅下降，甚至會造成排擠效果，所以應該要減少債務。

Jernej et al.(2014)作者延續債務比對經濟成長為非線性倒 U 型關係之論點，對 25 個歐盟國進行研究，其中 15 國為舊會員國，樣本時間為 1980 年至 2010 年，10 國為新會員國，樣本時間為 1995 年至 2010 年，模型使用非動態之固定效果追蹤資料迴歸，亦使用動態追蹤資料迴歸與兩階段一般動差法(*generalized method of moments, GMM*)，其中工具變數為債務比與債務比平方，以解決反向因果關係導致之內生性問題，結果顯示舊會員國之債務比轉折點介於 80%至 94%；新會員國之債務比轉折點在 53%至 54%，模型中亦加入其他控制變數，其中政府總支出及固定資本形成總額在 3 個模型中皆對經濟成長有顯著正相關。

Marchionne and Parekh(2014)樣本從 1994 年至 2010 年，研究 27 個國家之基尼係數大小，及債務比與經濟成長之關聯，使用追蹤資料迴歸，作者延續債務對經濟成長呈現倒 U 型之觀點，結果顯示因為各國貧富不均不同，故債務對實質人均 GDP 成長率為非線性異質性關係，且若一國基尼係數愈小，即社會上所得分配愈平均，圖形上呈現之倒 U 型拋物線愈陡峭，債務比門檻則較低，例如：芬蘭；反之，若一國基尼係數愈大，則倒 U 型拋物線愈平坦，債務比門檻則較高，例如：智利。作者也加入其他控制變數，通膨對實質人均 GDP 成長率為負相關，出口占 GDP 比例及人口則為正相關。

Mencinger et al.(2015)樣本為 31 個 OECD 國家與 5 個非 OECD 歐盟國家，又分為 24 個已開發國家，研究時間為 1980 年至 2010 年；以及 12 個新興國家，研究時間為 1995 年至 2010 年。研究模型有兩種，為固定效果及工具變數之動態

追蹤資料迴歸，分別用來解決異質性及內生問題，其中工具變數為落後一期之債務比與落後一期債務比之平方。結果顯示，債務比對 GDP 成長率之圖形為倒 U 型，已開發國家之轉折點介於 90% 至 94% 間，新興國家之轉折點介於 44% 至 45% 間。

六、債務水準與經濟成長存在其他效果

Easterly(2001)使用計量算式及財政償付能力，提出因果關係相反論點，經濟成長為因，債務比為果。他認為 1975 年後全球經濟增長放緩，導致 1980 年代中等收入國家及 1980、1990 年代重債窮國之債務危機，因為經濟成長率較低降低稅收與盈餘，導致較高債務比。

Dritsaki(2013)研究 1960 年至 2011 年間，希臘在出口、經濟成長及政府債務三種變數間之關係，使用 Johansen 共整合分析證實希臘出口、經濟成長及政府債務長期存在共整合關係，接著使用向量誤差修正模型及 Granger 因果關係檢定，發現短期單一因果關係存在於出口與經濟成長及經濟成長與政府債務，但因果關係不存在於出口與政府債務間，而長期因果關係存在於經濟成長與政府債務。

參、研究方法與實證模型

一、平滑轉換迴歸模型(Smooth Transition Regression, STR)

本文使用之平滑轉換迴歸模型(Smooth Transition Regression, STR)為一非線性模型，是由 Granger and Teräsvirta(1993)所提出，其模型如下：

$$y_t = \phi' z_t + \theta' z_t G(\gamma, c_k, s_t) + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

模型中包含線性及非線性兩部分， $\phi' z_t$ 為線性部分， $\theta' z_t G(\gamma, c_k, s_t)$ 為非線性部分， z_t 為解釋變數之向量矩陣， ϕ' 與 θ' 為變數係數向量， $G(\gamma, c_k, s_t)$ 為轉換函數，是介於 0 到 1 之間之連續型函數，其中 γ 為斜率參數或稱轉換速度， c_k 為位置參數或稱門檻值， s_t 為轉換變數，轉換函數又分為羅吉斯(Logistic)與指數(Exponential)兩種：

羅吉斯轉換函數如下：

$$G(\gamma, c_n, s_t) = [1 + \exp\{-\gamma \prod_{k=1}^K (s_t - c_k)\}]^{-1}, \gamma > 0, c_1 \leq \dots \leq c_K \quad (3.2)$$

指數轉換函數定義如下：

$$G_E(\gamma, c_1, s_t) = 1 - \exp^{-\gamma(s_t - c_1)^2}, \gamma > 0 \quad (3.3)$$

因指數轉換函數中只有一個門檻值，圖形左右對稱，加上當特定條件符合時，羅吉斯轉換函數可完全替代且呈現指數函數之特性，故本文使用羅吉斯轉換函數，捕捉變數在不同區間之不對稱情形。以下將加以探討。

其轉換函數使用之門檻個數通常為 1 或 2，亦即 $K=1$ 或 $K=2$ ，根據不同 K 值定義不同轉換函數，組成不同型態且非線性之平滑轉換迴歸模型，描述如下：

(一)當 $K=1$ 時，稱作 LSTR1，為以下形式：

$$G(\gamma, c, s_t) = (1 - \exp^{-\gamma(s_t - c)})^{-1} \quad (3.4)$$

LSTR1 模型藉由單一門檻值區分兩個動態區間，當轉換函數 s_t 小於 c 時，為較低區間(lower regime)，而轉換變數 s_t 偏離門檻值之程度趨近負無窮大時， $G_E(\gamma, c, s_t) = 0$ ；當轉換變數 s_t 大於 c 時，為較高區間(upper regime)，而轉換變數 s_t 偏離門檻值之程度趨近正無窮大時， $G(\gamma, c, s_t) = 1$ ；當轉換變數等於門檻值時， $(s_t - c = 0)$ ，則 $G(\gamma, c, s_t) = 1/2$ ，故隨轉換變數增加，轉換函數將會由 0 變化至 1，參數會從 ϕ' 增加至 $\phi' + \theta'$ 作單調遞增或遞減轉換。斜率參數(或稱轉換速度)必須大於零，才為非線性之平滑轉換模型。因為當斜率參數(或稱轉換速度) $\gamma = 0$ 時，不論轉換變數為何， $G(\gamma, c, s_t) = 1/2$ ，此時 LSTR1 為一線性模型；當轉換速度 γ 愈小而趨近 0 時，LSTR1 模型由較低區間(lower regime)轉換至較高區間(upper regime)之過程較為平緩；當轉換速度 γ 愈大而趨近無窮大時，LSTR1 模型由較低區間(lower regime)轉換到較高區間(upper regime)之過程會較急遽陡峭，趨近於由 Tong(1978)所提出之門檻迴歸模型。

因此，依照不同轉換速度及轉換變數之變動，轉換函數之值隨之調整，故 LSTR1 通常被用來描述動態而不對稱之變數，如圖 1 所示：

LSTR1 轉換函數

$$G(\gamma, c_1, s_t)$$

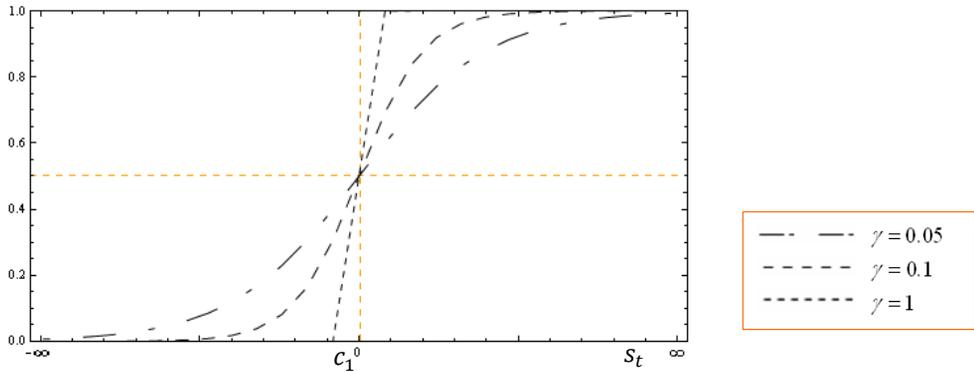


圖 1 不同轉換速度下的 LSTR1 轉換函數

(二)當 $K=2$ 時，稱作 LSTR2，為以下形式：

$$G(\gamma, c_1, c_2, s_t) = \left(1 - \exp^{-\gamma(s_t - c_1)(s_t - c_2)}\right)^{-1}, c_1 \leq c_2 \quad (3.5)$$

LSTR2 模型有 c_1 與 c_2 兩個門檻值，故可區為分成 3 個動態區間，為一個內部區間(middle regime)與兩個外部區間(outer regime)，LSTR2 轉換函數之圖形呈現類似 U 型對稱之變動趨勢，其對稱點為 $c_1 + c_2 / 2$ ，當轉換變數 $s_t = c_1$ 或 c_2 時，轉換函數值為 1/2；當轉換變數 s_t 介在內部區段時，轉換函數值為介於 0 至 1/2 間。若 $\gamma = 0$ 時，LSTR2 與 LSTR1 皆變為線性模型，因不論轉換變數為何， $G(\gamma, c, s_t) = 1/2$ ；當 γ 愈小而趨近 0 時，轉換函數圖形較為平緩；當 γ 愈大而趨近無窮大時，轉換函數圖形較為陡峭，當 s_t 落在 c_1 與 c_2 之間時，轉換函數值會趨近於 0，而當 s_t 落在 c_1 與 c_2 之外時，轉換函數值會趨近於 1。當 $s_t \rightarrow \pm \infty$ ，轉換變數落在兩門檻外之外部區間(outer regimes)時，轉換函數值會有對稱動態行為；當轉換變數落在兩門檻值以內之內部區間(middle regime)，會有不同非線性調整。

因此，依照不同轉換速度及轉換變數之變動，轉換函數值會對應不同程度的對稱點 $(c_1 + c_2) / 2$ 偏離，如圖 2 所示：

LSTR2 轉換函數：

$$G(\gamma, c_1, s_t)$$

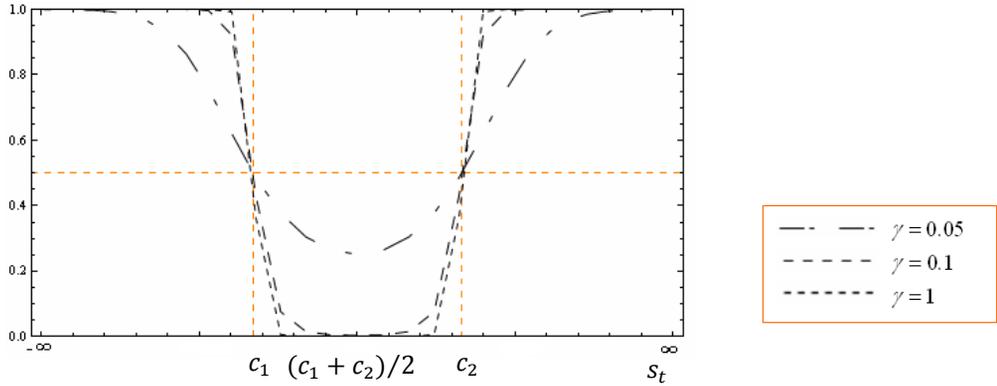


圖 2 不同轉換速度下的 LSTR2 轉換函數

二、建立平滑轉換迴歸模型(STR model)

建立一個完整 STR 模型需要以下 3 個步驟：

- (一) STR 模型包含線性與非線性部分，而兩部分皆包含解釋變數，而被解釋變數落後項及解釋變數落後項可以需求加入，因此首先需要估計一個線性模型，找出適當被解釋變數落後 p 期，以及適當解釋變數落後 q 期。
- (二) 進行線性檢定(linearity test)，檢定描述及過程將在下節加以說明，檢定結果將成為模型屬於線性或非線性之依據。
- (三) 若資料屬非線性，則做診斷性分析，確保模型適配度。本文使用無序列相關檢定(no error autocorrelation test)、無剩餘非線性檢定(no remaining additive nonlinearity test)、參數固定檢定(parameter constancy test)、無異質變異檢定(ARCH-LM test)及常態分配檢定(Jarque-Bera test)，將在附錄對此 5 種診斷檢定加以說明。

三、線性檢定(linearity test)

STR 模型首先是由線性迴歸或自我相關(Auto-regression model, AR)模型擴充而成，接著選定轉換變數，再進行線性檢定判別該序列資料是否適合非線性模

型，判定方法由 Granger and Teräsvirta(1993)及 Teräsvirta(1998)提出，對轉換函數(3.2 式)在 $\gamma = 0$ 處進行三階泰勒展開(Taylor expansion)，此時 LSTR1 模型之泰勒展開式為 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}((s - c_1)\gamma + (s - c_1)^3\gamma^3)$ ，LSTR2 模型之泰勒展開式為 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}(s - c_1)(s - c_2)\gamma$ ，從以上可看出，LSTR1 轉換函數之泰勒展開式在 s_t 一次方和三次方係數不為零，LSTR2 特性則相反，在 s_t 二次方係數不為零，採用輔助迴歸式(auxiliary regression)如下：

$$y_t = \beta'_0 Z_t + \sum_{j=1}^3 \beta'_j \tilde{Z}_t S_t^j + \varepsilon_t^* \quad (3.6)$$

線性檢定之虛無假設為 $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ ，即線性模型，對立假設為非線性模型，依照不同檢定統計量之 F 檢定，依序計算出各式 F 檢定之 P-value，最低 P-value 為最適合欲檢定序列資料之模型，表 1 列出線性檢定檢定流程：

表 1 線性檢定之虛無假設與檢定統計量

| 虛無假設 | 檢定統計量 | 若無法拒絕 虛無假設 | 若拒絕 虛無假設 |
|--|--|---------------|-------------|
| Test 0 $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ | $F_0 = \frac{(SSE_R - SSE_U) / 3m}{SSE_U / T - (4m + 1)}$ | 線性模型 | 做 Test1 |
| Test 1 $H_{01} : \beta_3 = 0$ | $F_1 = \frac{(SSE_{R,2} - SSE_{U,3}) / m}{SSE_{U,3} / T - (4m + 1)}$ | 做 Test2 | LSTR1 |
| Test 2 $H_{02} : \beta_2 = 0 \mid \beta_3 = 0$ | $F_2 = \frac{(SSE_{R,1} - SSE_{U,2}) / m}{SSE_{U,2} / T - (3m + 1)}$ | 做 Test3 | LSTR2 |
| Test 3 $H_{03} : \beta_1 = 0 \mid \beta_2 = \beta_3 = 0$ | $F_3 = \frac{(SSE_{R,0} - SSE_{U,1}) / m}{SSE_{U,1} / T - (2m + 1)}$ | 線性模型 | LSTR1 |

在本文實證模型中，共有 8 項解釋變數，故上表 1 以 $m=8$ 計算 F 檢定統計量。

肆、實證結果與分析

一、資料描述

本文目的為探討政府債務與經濟成長之實證研究，研究對象為 19 個歐元區國家，分別是奧地利、比利時、賽普勒斯、愛沙尼亞、芬蘭、法國、德國、希臘、愛爾蘭、義大利、拉脫維亞、立陶宛、盧森堡、馬爾他、荷蘭、葡萄牙、斯洛伐克、斯洛維尼亞及西班牙，樣本頻率為季資料，樣本期間除馬爾他為 2000 年第 1 季至 2017 年第 4 季，共 72 期外，其餘 18 個國家皆為 1999 年第 1 季至 2017 年第 4 季，共 76 期，被解釋變數為實質人均 GDP 成長率；非線性模型中之轉換變數為政府債務占 GDP 比例；解釋變數為失業率、通膨率、實質有效匯率，以及企業稅收比例。表 2 為 19 個歐元區國家各變數之敘述性統計。

二、單根檢定之結果

單根檢定結果如表 3、表 4 及表 5 所示，本文判斷序列型態之方式為：若 ADF 檢定、PP 檢定及 KPSS 檢定中有兩種以上檢定結果為序列不存在單根，序列即為定態，反之則為非定態。根據上述判斷結果，大多國家實質人均 GDP 成長率皆為定態，除賽普勒斯、德國、希臘、荷蘭及西班牙外，其他變數如通膨率、企業稅收比例及失業率則分別有 7 個及 10 個國家呈現非定態，而實質有效匯率只有立陶宛為定態，債務比只有荷蘭為定態。

表 2 敘述性統計

| | | 奧地利 | 比利時 | 賽普 | 愛沙 | 芬蘭 | 法國 | 德國 | 希臘 | 愛爾蘭 | 義大利 | 拉脫 | 立陶宛 | 盧森堡 | 馬爾他 | 荷蘭 | 葡萄牙 | 斯洛 | 斯洛 | 西班牙 |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 實質人均 | \bar{Y} | 8584 | 8147 | 4055 | 2809 | 8566 | 7845 | 8029 | 4655 | 10369 | 6727 | 2145 | 2194 | 19451 | 4067 | 9163 | 4034 | 2840 | 4218 | 5632 |
| GDP | Max Y | 9550 | 9113 | 4584 | 3790 | 10073 | 8438 | 9217 | 5864 | 15827 | 7599 | 3139 | 3323 | 22001 | 6043 | 10781 | 4436 | 3928 | 4993 | 6572 |
| (歐元) | Min Y | 7270 | 7039 | 3423 | 1594 | 7059 | 7108 | 7284 | 3563 | 7533 | 6020 | 1106 | 1135 | 15718 | 2987 | 8046 | 3641 | 1830 | 3118 | 4799 |
| 失業率 | \bar{X}_1 | 5 | 7.8 | 7.7 | 9.6 | 8.5 | 9.1 | 7.3 | 15.2 | 8.3 | 9.3 | 1.2 | 11.3 | 4.5 | 6.4 | 5.1 | 9.9 | 14.3 | 7.1 | 15.8 |
| (%) | Max X_1 | 6.2 | 9.1 | 17.7 | 19.2 | 11.7 | 10.9 | 12.6 | 27.9 | 15.9 | 13.5 | 21.2 | 18.9 | 6.7 | 8.3 | 8.1 | 17.8 | 20.1 | 11.1 | 26.9 |
| | Min X_1 | 3.4 | 6.2 | 3.2 | 4.1 | 5.6 | 7.1 | 3.5 | 7.3 | 3.6 | 5.7 | 5.5 | 3.8 | 1.7 | 3.7 | 2.8 | 4.9 | 7.3 | 4.1 | 7.9 |
| 通膨率 | \bar{X}_2 | 0.79 | 0.83 | 0.73 | 1.43 | 0.73 | 0.65 | 0.62 | 0.92 | 0.77 | 0.8 | 1.55 | 0.99 | 0.85 | 0.87 | 0.8 | 0.88 | 1.67 | 1.43 | 0.94 |
| (%) | Max X_2 | 1.63 | 2.36 | 2.31 | 4.69 | 1.93 | 1.57 | 1.38 | 2.37 | 2.41 | 1.72 | 7.08 | 4.95 | 1.82 | 2.17 | 2.25 | 2.03 | 6.37 | 3.88 | 2.1 |
| | Min X_2 | -0.04 | -0.53 | -1.2 | -0.87 | -0.14 | -0.2 | -0.17 | -0.96 | -1.22 | -0.13 | -1.66 | -0.73 | -0.06 | -0.16 | -0.2 | -0.65 | -0.39 | -0.31 | -0.5 |
| 實質有效 | \bar{X}_3 | 100.2 | 98 | 95.1 | 95.2 | 100.5 | 98 | 99.7 | 92.9 | 95.6 | 98.2 | 94.1 | 94 | 98 | 96.6 | 98.2 | 98.2 | 84.9 | 97.2 | 95.7 |
| 匯率 | Max X_3 | 103.5 | 104.6 | 108.8 | 108.5 | 105.9 | 104.5 | 106 | 101.6 | 115.1 | 104.6 | 108.8 | 103.2 | 103.4 | 106 | 104.4 | 103.8 | 103.9 | 100.6 | 103.6 |
| | Min X_3 | 95 | 89.1 | 84.4 | 81 | 95.3 | 91.5 | 92.9 | 80.8 | 79.1 | 88.8 | 81.6 | 73.3 | 91.2 | 85.3 | 88 | 89.6 | 48.2 | 92.3 | 84.6 |
| 債務占 | \bar{X}_4 | 75.6 | 104.4 | 71.3 | 6.6 | 46.8 | 77.6 | 68 | 130.8 | 60.8 | 115.2 | 25 | 28 | 14 | 65 | 56.9 | 87.3 | 43.8 | 42.3 | 64.4 |
| GDP 比 | Max X_4 | 85.8 | 120.7 | 110 | 10.5 | 64.2 | 100.9 | 81 | 181 | 124.6 | 135.1 | 46.8 | 42.6 | 28.4 | 71.9 | 71.4 | 133 | 57.7 | 83.9 | 100.7 |
| (%) | Min X_4 | 65 | 87 | 45.3 | 3.3 | 28.8 | 57.9 | 57.3 | 93.1 | 23.6 | 99.8 | 7.8 | 13.4 | 6.3 | 50.2 | 43 | 50.1 | 26.4 | 21.8 | 34.8 |
| 企業稅收 | \bar{X}_5 | 0.07 | 0.088 | 0.037 | 0.057 | 0.064 | 0.086 | 0.088 | 0.075 | 0.036 | 0.086 | 0.042 | 0.038 | 0.077 | 0.088 | 0.072 | 0.068 | 0.056 | 0.054 | 0.079 |
| 占比 | Max X_5 | 0.089 | 0.106 | 0.075 | 0.068 | 0.078 | 0.103 | 0.134 | 0.108 | 0.075 | 0.113 | 0.08 | 0.054 | 0.098 | 0.099 | 0.092 | 0.098 | 0.104 | 0.065 | 0.092 |
| | Min X_5 | 0.059 | 0.082 | 0.024 | 0.046 | 0.048 | 0.081 | 0.071 | 0.048 | 0.029 | 0.058 | 0.031 | 0.033 | 0.07 | 0.077 | 0.06 | 0.051 | 0.042 | 0.04 | 0.06 |

註：資料來源政府債務比取自 Eurostat，企業稅取自 Trading Economics，其餘資料皆取自 International Monetary Fund (IMF)。

若序列具單根，將使用 Hodrick-Prescott 分解(HP decomposition，稱 HP 分解)¹處理，該方式由 Hodrick and Prescott(1997)提出，概念為將一個非定態序列分解成定態部分與非定態部分，即 $y_t = T_t + C_t$ ，並極小化(4.1)式之目標函數：

$$\min \sum_{t=1}^m C_t^2 + \lambda \sum_{t=2}^{m-1} ((T_{t+1} - T_t) - (T_t - T_{t-1}))^2 \quad (4.1)$$

上式中 m 為樣本個數， λ 為平滑參數，控制 T_t 平滑程度，根據資料頻率不同 λ 值也不同，因本文使用季資料，所以設定 λ 為 1600，最後分解出定態部分為波動序列(cycle)，非定態部分為趨勢序列(trend)。

然而，並不是所有具單根序列都使用 Hodrick-Prescott 濾器，根據下節估計該國適用模型，若模型為 VECM，則非定態之變數序列無使用 HP 分解之必要，或模型為 STR，其中轉換變數為債務比，則在債務比為非定態序列情況下，亦無須使用 HP 分解。

¹又稱 Hodrick-Prescott 濾器(HP filter)。

表 3 ADF 單根檢定

| | 實質人均 GDP 成長率 | | 失業率 | | 通膨率 | | 實質有效匯率 | | 債務占 GDP 比 | | 企業稅收占比 | |
|-------|-----------------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------|-----------|-----------|
| | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 |
| 奧地利 | -2.86 ** | -2.76 | -2.54 | -2.88 | -4.35 *** | -4.34 *** | -2.03 | -2.65 | -1.43 | -2.47 | -1.50 | -1.69 |
| 比利時 | -4.03 *** | -4.37 *** | -4.2 *** | -3.92 ** | -4.36 *** | -4.46 *** | -1.86 | -2.12 | -2.22 | -2.27 | -1.94 | -1.77 |
| 賽普勒斯 | -1.92 | -1.61 | -1.88 | -3.25 * | -1.44 | -2.67 | -1.45 | -1.08 | -0.52 | -1.23 | -1.60 | -1.34 |
| 愛沙尼亞 | -3.67 *** | -3.76 ** | -1.72 | -1.95 | -2.01 | -2.44 | -0.50 | -1.40 | -0.93 | -1.69 | -0.82 | -1.25 |
| 芬蘭 | -3.94 *** | -3.94 ** | -2.36 | -2.11 | -2.51 | -2.68 | -2.44 | -2.53 | -0.51 | -2.68 | -0.33 | -2.55 |
| 法國 | -3.46 *** | -3.4 * | -2.74 * | -3.27 ** | -3.55*** | -4.29*** | -1.73 | -1.76 | -0.72 | -1.67 | -4.39*** | -3.42 ** |
| 德國 | -2.04 | -1.98 | -1.30 | -3.17 | -3.02 ** | -4.09 *** | -2.18 | -2.29 | -1.01 | 0.59 | -2.24 | -2.35 |
| 希臘 | -2.04 | -1.98 | -2.34 | -3.07 | -1.87 | -2.88 | -1.40 | -1.01 | -0.54 | -1.98 | -1.71 | -1.59 |
| 愛爾蘭 | -3.94*** | -3.94** | -2.26 * | -2.06 | -2.27 | -3.68** | -1.81 | -1.50 | -2.61 * | -2.95 | -3.63 *** | -3.51 ** |
| 義大利 | -3.12 ** | -3.04 | -1.02 | -2.16 | -2.39 | -3.21 * | -1.84 | -1.69 | -0.77 | -2.00 | 0.40 | -2.57 * |
| 拉脫維亞 | -3.37 ** | -3.62 ** | -1.76 | -1.79 | -3.57 *** | -3.77 ** | -0.95 | -1.74 | -1.51 | -2.68 | -3.27 ** | -3.11 |
| 立陶宛 | -2.38 | -2.59 | -3.16 ** | -3.19 * | -2.68 * | -2.66 | -2.22 | -3.37 * | -0.37 | -1.50 | -3.39 *** | -3.396*** |
| 盧森堡 | -4.06 *** | -4.15 *** | -1.74 | -2.11 | -3.57 *** | -4.49 *** | -1.87 | -2.15 | -0.59 | -2.19 | -2.59 * | -1.96 |
| 馬爾他 | -3.22 ** | -3.93 ** | -0.16 | -3.09 | -2.42 | -3.68** | -2.19 | 1.89 | 0.11 | -0.40 | -9.67 *** | -9.59 *** |
| 荷蘭 | -2.08 | -2.10 | -2.32 | -2.41 | -1.80 | -2.26 | -1.99 | -1.90 | -1.81 | -3.22 * | -1.10 | -1.23 |
| 葡萄牙 | -2.68 * | -2.65 | -1.52 | 0.04 | -2.64 * | -3.51** | -1.95 | -1.47 | -1.75 | -1.41 | -1.56 | -2.03 |
| 斯洛伐克 | -3.07 ** | -3.44 ** | -0.74 | -2.36 | -3.18 ** | -3.77** | -3.18 *** | -4.84 *** | -0.83 | -1.05 | -5 *** | -4.09 *** |
| 斯洛維尼亞 | -2.57* | -2.57 | -2.66* | -2.09 | -1.61 | -2.31 | -1.81 | -1.84 | 0.34 | -1.50 | -0.47 | -2.17 |
| 西班牙 | -1.96 | -1.79 | -1.49 | -1.76 | -2.8 * | -3.924** | -1.79 | -1.31 | -0.35 | -1.72 | -0.33 | -2.64 |

註：MD1 為含截距不含趨勢項、MD2 為含截距與趨勢項。表格內數值為統計值，***表示在 1% 顯著水準下顯著，**表示在 5% 顯著水準下顯著，*表示在 10% 顯著水準下顯著。

表 4 PP 單根檢定

| | 實質人均 GDP 成長率 | | 失業率 | | 通膨率 | | 實質有效匯率 | | 債務占 GDP 比 | | 企業稅收占比 | |
|-------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|--------|-------|-----------|-------|-----------|-----------|
| | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 |
| 奧地利 | -14 | -2.75 * | -39.47 | -5.09 | -10.58 | -2.35 | -10.77 | -2.36 | -10.01 | -2.33 | -16.27 * | -3.05 ** |
| 比利時 | -17.19 * | -3.01 * | -13.09 | -2.68 | -15.42 * | -2.88 * | -6.25 | -1.81 | -2.76 | -1.20 | -45.8 *** | -5.69 *** |
| 賽普勒斯 | -7.05 | -1.94 | -3.67 | 0.88 | -13.51 | -2.72 | -3.31 | -1.31 | -2.54 | -1.14 | -5.74 | -1.75 |
| 愛沙尼亞 | -13.52 | -2.71 | -6.09 | -1.76 | -14.68 | -2.78* | -3.38 | -1.33 | -2.69 | -1.14 | -74.0 *** | -7.92 *** |
| 芬蘭 | -14.88 | -2.79* | -27.0 *** | -4.07 *** | -9.16 | -2.18 | -10.13 | -2.32 | -2.13 | -0.98 | -46.8 *** | -5.83 *** |
| 法國 | -14.24 | -2.71 | -7.03 | -1.91 | -11.29 | -2.44 | -4.43 | -1.53 | -4.11 | -1.45 | -26.9*** | -4.21 *** |
| 德國 | -8.44 | -2.10 | -5.64 | -1.74 | -10.05 | -2.30 | -7.14 | -1.92 | -1.56 | -0.92 | -14.52 | -2.93 * |
| 希臘 | -8.44 | -2.10 | -2.97 | -1.22 | -9.14 | -2.24 | -2.10 | -1.11 | -3.65 | -1.37 | -11.50 | -2.52 |
| 愛爾蘭 | 14.88 | -2.79* | -2.27 | -1.09 | -7.29 | -1.94 | -2.51 | -1.16 | -2.06 | -1.02 | -5.11 | -1.66 |
| 義大利 | -12.17 | -2.50 | -5.52 | -1.65 | -9.66 | -2.23 | -4.66 | -1.56 | -2.57 | -1.10 | -58.4 *** | -7 *** |
| 拉脫維亞 | -9.46 | -2.23 | -4.38 | -1.50 | -6.80 | -1.86 | -3.85 | -1.40 | -3.93 | -1.41 | -25.05** | -3.91*** |
| 立陶宛 | -26.2 *** | -4.03 *** | -5.59 | -1.69 | -6.69 | -1.86 | -4.47 | -1.32 | -2.29 | -1.07 | -43.8 *** | -5.59 *** |
| 盧森堡 | -14.06 | -2.69 | -12.05 | -2.56 | -13.33 | -2.70 | -6.24 | -1.82 | -5.26 | -1.65 | -15.39 * | -3.05 * |
| 馬爾他 | -23.95 ** | -3.89 *** | -19.59 ** | -3.3 ** | -24.38*** | -3.76*** | -3.61 | -1.39 | -3.87 | -1.38 | -38.9 *** | -5.6 *** |
| 荷蘭 | -8.83 | -2.10 | -6.47 | -1.90 | -7.80 | -2.03 | -5.34 | -1.68 | -1.21 | -0.75 | -13.49 | -2.71 |
| 葡萄牙 | -10.97 | -2.37 | -3.52 | -1.38 | -9.86 | -2.28 | -2.63 | -1.20 | -2.17 | -1.04 | -23.6 *** | -3.93*** |
| 斯洛伐克 | -10.96 | -2.38 | -7.55 | -1.87 | -14.82 | -3.52 ** | -1.10 | -0.57 | -2.18 | -1.08 | -7.83 | -2.00 |
| 斯洛維尼亞 | -10.02 | -2.20 | -4.82 | -1.58 | -7.48 | -2.05 | -6.97 | -2.22 | -1.42 | -0.83 | -29*** | -4.23*** |
| 西班牙 | -4.35 | -1.46 | -2.67 | -1.16 | -12.34 | -2.56 | -2.66 | -1.17 | -0.63 | -0.50 | -87.9 *** | -8.37*** |

表 5 KPSS 單根檢定

| | 實質人均 GDP 成長率 | | 失業率 | | 通膨率 | | 實質有效匯率 | | 債務占 GDP 比 | | 企業稅收占比 | |
|-------|-----------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|
| | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 | MD1 | MD2 |
| 奧地利 | 0.27 | 0.2 ** | 0.52 ** | 0.09 | 0.14 | 0.14* | 1.47 *** | 0.4 *** | 1.26*** | 0.14* | 0 | 0 |
| 比利時 | 0.04* | 0.04 | 0.13 | 0.06 | 0.2 | 0.1 | 1.76 *** | 0.69 *** | 0.78 *** | 0.79 *** | 0 | 0 |
| 賽普勒斯 | 0.56 ** | 0.19 ** | 0.68 ** | 0.14* | 0.77 *** | 0.16 ** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 愛沙尼亞 | 0.23 | 0.1 | 0.77 *** | 0.27 *** | 0.32 | 0.11 | 0 | 0 | 2.64 *** | 0.6 *** | 2.29 *** | 0.34 *** |
| 芬蘭 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.4* | 0.29 *** | 0.7** | 0.44 *** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 法國 | 0 | 0 | 0.83*** | 0.14* | 0.93*** | 0.24*** | 0.79*** | 0.74*** | 1.21*** | 0.2** | 2.56*** | 0.69*** |
| 德國 | 0 | 0 | 1.03*** | 0.25*** | 0.21 | 0.13* | 1.06*** | 0.57*** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 希臘 | 0.67** | 0.23*** | 0.93*** | 0.22*** | 1.96*** | 0.38*** | 1.56*** | 0.81*** | 1.2*** | 0.22*** | 0 | 0 |
| 愛爾蘭 | 0 | 0 | 0.88*** | 0.21** | 2.3*** | 0.16** | 1.01*** | 0.85*** | 1.02*** | 0.19** | 0.85*** | 0.3*** |
| 義大利 | 0.35 | 0.29*** | 0 | 0 | 1.34*** | 0.23*** | 0.99*** | 0.72*** | 1.12*** | 0.34*** | 2.29*** | 0.12 |
| 拉脫維亞 | 0.11 | 0.06 | 0.3 | 0.3 *** | 0.68 ** | 0.41 *** | 2.46*** | 0.33*** | 1.48 *** | 0.19 ** | 0 | 0 |
| 立陶宛 | 0.04 | 0.02 | 0.28 | 0.16 ** | 0.45* | 0.43 *** | 1.77*** | 0.18 ** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 盧森堡 | 0.18 | 0.11 | 3.03*** | 0.29*** | 0.92*** | 0.19 ** | 2.15 *** | 0.71 *** | 0 | 0 | 2.1 *** | 0.62 *** |
| 馬爾他 | 0.02 | 0.01 | 0 | 0 | 0.46 ** | 0.09 | 1.09 *** | 0.78*** | 0 | 0 | 0.05 | 0.02 |
| 荷蘭 | 0 | 0 | 0.64 ** | 0.08 | 0 | 0 | 1.1 *** | 0.66*** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 葡萄牙 | 0.21 | 0.19** | 0.96*** | 0.17** | 1.52 *** | 0.08 | 1.42*** | 0.84*** | 1.47*** | 0.24*** | 3.36*** | 0.6*** |
| 斯洛伐克 | 0 | 0 | 0.91 *** | 0.12 | 2.5 *** | 0.17 ** | 3.37 *** | 0.84*** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 斯洛維尼亞 | 0 | 0 | 0.38* | 0.12 | 1.2 *** | 0.11 | 1.29 *** | 0.26 *** | 0 | 0 | 1.51*** | 0.22*** |
| 西班牙 | 0.45* | 0.33*** | 0.89 *** | 0.16 ** | 1.71*** | 0.167** | 2.1*** | 0.87*** | 2.61*** | 0.86*** | 1.42*** | 0.12* |

註：MD1 為含截距不含趨勢項、MD2 為含截距與趨勢項。表格內數值為統計值，***表示在 1% 顯著水準下顯著，**表示在 5% 顯著水準下顯著，*表示在 10%顯著水準下顯著。

三、線性/非線性檢定與估計

(一)線性檢定結果

各國家線性檢定結果如表 6 所示，估計各國平滑轉換模型中，轉換變數皆選擇債務比，且均為 10%顯著，結果顯示 13 國適用線性模型，6 國適用平滑轉換模型。

表 6 線性檢定結果

| | F | F1 | F2 | F3 | 建議模型 |
|-------|----------|----------|----------|----------|--------|
| 奧地利 | 0.582 | 0.646 | 0.509 | 0.327 | Linear |
| 比利時 | 0.157 | 0.088* | 0.819 | 0.133 | Linear |
| 賽普勒斯 | 0.139 | 0.948 | 0.009*** | 0.382 | Linear |
| 愛沙尼亞 | 0.005*** | 0.004*** | 0.061* | 0.529 | LSTR1 |
| 芬蘭 | 0.477 | 0.342 | 0.373 | 0.701 | Linear |
| 法國 | 0.180 | 0.183 | 0.133 | 0.701 | Linear |
| 德國 | 0.175 | 0.044** | 0.634 | 0.507 | Linear |
| 希臘 | 0.483 | 0.18 | 0.356 | 0.976 | Linear |
| 愛爾蘭 | 0.016** | 0.397 | 0.337 | 0.001*** | LSTR1 |
| 義大利 | 0.766 | 0.487 | 0.821 | 0.576 | Linear |
| 拉脫維亞 | 0.818 | 0.24 | 0.228 | 0.084 | Linear |
| 立陶宛 | 0.354 | 0.122 | 0.408 | 0.922 | Linear |
| 盧森堡 | 0.001*** | 0.18 | 0.001*** | 0.413 | LSTR2 |
| 馬爾他 | 0.903 | 0.892 | 0.900 | 0.34 | Linear |
| 荷蘭 | 0.984 | 0.997 | 0.811 | 0.589 | Linear |
| 葡萄牙 | 0.001*** | 0.025** | 0.001*** | 0.333 | LSTR2 |
| 斯洛伐克 | 0*** | 0.008*** | 0.05** | 0.001*** | LSTR1 |
| 斯洛維尼亞 | 0.109 | 0.934 | 0.018** | 0.01*** | Linear |
| 西班牙 | 0*** | 0*** | 0.007*** | 0.045** | LSTR1 |

註：表格內數值為 p-value，***表示在 1% 顯著水準下顯著，**表示在 5% 顯著水準下顯著，*表示在 10%顯著水準下顯著。

根據上述結果，只有愛沙尼亞、愛爾蘭、盧森堡、葡萄牙、斯洛伐克與西班牙之建議模型為非線性 STR，其餘 13 國皆為線性模型，以下將先探討非線性國家。

(二)非線性國家模型估計

非線性國家之 STR 變數估計值如表 7 所示，變數名稱 $G_rgdppc(t-1)$ 代表實質人均 GDP 成長率落後 1 期，往下依此類推， $unem$ 代表失業率， $infl$ 代表通膨率， $reer$ 代表實質有效匯率， $ctaxrgdpp$ 代表企業稅收占比。而實質人均 GDP 成長率落後期數範圍設定在落後 1 期至 4 期，並根據診斷性檢定中無序列相關檢定結果選定適當落後期數模型，除愛沙尼亞為落後 1 期外，其餘 5 個國家皆為落後 4 期。該模型中債務比作為轉換變數，並未加入線性及非線性部分之解釋變數中，因欲探討失業率、通膨率、實質有效匯率及企業稅收占比透過債務比之變動，對實質人均 GDP 成長率之影響。

表 7 非線性國家 STR 模型估計

| | 愛沙尼亞 | 愛爾蘭 | 盧森堡 | 葡萄牙 | 斯洛伐克 | 西班牙 |
|-------------------------|---------|-----------|---------|----------|----------|----------|
| (linear part) | | | | | | |
| constant | -0.005 | 0.09*** | -0.003 | 0.01** | -0.02 | -0.01** |
| G_rgdppc(t-1) | 0.99*** | -0.37 | 1.15*** | 0.58*** | 1.4*** | 0.48*** |
| G_rgdppc(t-2) | — | -0.0002 | 0.33 | 0.56*** | -0.75*** | 0.19 |
| G_rgdppc(t-3) | — | 0.25 | -0.33 | 0.07 | 0.75*** | 0.11 |
| G_rgdppc(t-4) | — | -0.15 | -0.25 | -0.24 | -1.55*** | -0.51*** |
| unem | -0.002 | -1.31*** | -0.47 | 0.35** | -0.36 | -0.24*** |
| infl | 0.08 | -1.37 | -0.37 | -0.6*** | 0.13 | -0.14 |
| reer | -0.004 | -0.005*** | -0.001 | 0.002** | -0.0004 | 0.0001 |
| ctaxrgdpp | 0.98* | -0.94 | 0.21 | 0.13 | 1.02* | 0.17** |
| (nonlinear part) | | | | | | |
| constant | 0.01 | 0.06 | -0.04 | 0.01*** | 0.01 | 0.02 |
| G_rgdppc(t-1) | -0.41** | 1.14** | -1.22** | -0.79*** | -1.24*** | -0.54** |
| G_rgdppc(t-2) | — | 0.23 | -0.11 | -0.43* | 0.84*** | -0.01 |
| G_rgdppc(t-3) | — | 0.1 | 0.22 | 0.07 | -0.42 | 0.1 |
| G_rgdppc(t-4) | — | -0.56 | -0.13 | -0.26 | 1.78*** | 0.24 |
| unem | 0.11 | 0.36 | 0.47 | -1.31*** | 0.47 | 0.17 |
| infl | 0.25 | -0.91 | -1.59 | -0.24 | -0.2 | -1.38*** |
| reer | 0.002 | -0.002 | 0.003 | -0.01*** | 0.0003 | -0.001 |
| ctaxrgdpp | -0.72 | 9.92** | 0.64 | -0.09 | -0.73*** | -0.15 |
| c ₁ | 0.06 | 0.76*** | 0.07*** | 0.62*** | 0.38*** | 0.69*** |
| c ₂ | — | — | 0.2*** | 1.29*** | — | — |
| Adjusted R ² | 0.87 | 0.85 | 0.83 | 0.9 | 0.89 | 0.9 |

註：***表示在 1% 顯著水準下顯著，**表示在 5% 顯著水準下顯著，*表示在 10% 顯著水準下顯著。

以下針對各國加以說明：

1. 愛沙尼亞 LSTR1 模型

$$\begin{aligned} G_rgdppc_t = & (-0.005 + 0.99^{***} \cdot G_rgdppc_{t-1} - 0.002 \cdot unem_t + 0.08 \cdot infl_t - \\ & 0.004 \cdot reer_t + 0.98^* \cdot ctaxrgdpp_t) + (0.01 - 0.41^{**} \cdot G_rgdppc_{t-1} + \\ & 0.11 \cdot unem_t + 0.25 \cdot infl_t + 0.002 \cdot reer_t - 0.72 \cdot ctaxrgdpp_t) \cdot \\ & LSTR_1(842, 0.06, debtr_es) + e_t \end{aligned} \quad (4.2)$$

其債務比門檻為 6%，轉換速度相當大，為 842(圖 3)，因此當債務比小於 6% 時，轉換函數皆為 0；當債務比大於 6% 時，轉換函數皆為 1。就實質人均 GDP 成長率落後 1 期對當期實質人均 GDP 成長率而言，債務比由低於 6% 增加至高於 6% 時，其邊際效果快速由 0.99 降低至 0.58，而當債務比位在低區間時，企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率在 10% 顯著下異於 0，其邊際效果為 0.98。

2. 愛爾蘭 LSTR1 模型

$$\begin{aligned} G_rgdppc_t = & (0.09^{***} - 0.37 \cdot G_rgdppc_{t-1} - 0.0002 \cdot G_rgdppc_{t-2} + \\ & 0.25 \cdot G_rgdppc_{t-3} - 0.15 \cdot G_rgdppc_{t-4} - 1.31^{***} \cdot unem_t - 1.37 \cdot \\ & infl_t - 0.005^{***} \cdot reer_t - 0.94 \cdot ctaxrgdpp_t) + (0.06 + 1.14^{**} \cdot G_ \\ & _rgdppc_{t-1} + 0.23 \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.1 \cdot G_rgdppc_{t-3} - \\ & 0.56 \cdot G_rgdppc_{t-4} + 0.36 \cdot unem_t - 0.91 \cdot infl_t - 0.002 \cdot reer_t + \\ & 9.92^{**} \cdot ctaxrgdpp_t) \cdot LSTR_1(3.58, 0.76, debtr_ir) + e_t \end{aligned} \quad (4.3)$$

其債務比門檻為 76%，轉換相當平滑(圖 4)。隨債務比由低於 76% 增加至高於 76% 時，實質人均 GDP 成長率落後 1 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果也緩慢由 -0.37 增加至 0.77；失業率對實質人均 GDP 成長率之邊際效果由 -1.31 增加至 -0.95；實質有效匯率對實質人均 GDP 成長率之邊際效果由 -0.005 減少至 -0.007；企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率之邊際效果由 -0.94 增加至 8.98，而上述係數中顯著情況則不一。

3. 盧森堡 LSTR2 模型為

$$G_rgdppc_t = (-0.003 + 1.15^{***} \cdot G_rgdppc_{t-1} + 0.33 \cdot G_rgdppc_{t-2} - 0.33 \cdot G_rgdppc_{t-3} - 0.25 \cdot G_rgdppc_{t-4} - 0.47 \cdot unem_t - 0.37 \cdot infl_t - 0.001 \cdot reer_t + 0.21 \cdot ctaxrgdpp_t) + (-0.04 - 1.22^{**} \cdot G_rgdppc_{t-1} - 0.11 \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.22 \cdot G_rgdppc_{t-3} - 0.13 \cdot G_rgdppc_{t-4} + 0.47 \cdot unem_t - 1.59 \cdot infl_t + 0.003 \cdot reer_t + 0.64^{**} \cdot ctaxrgdpp_t) \cdot LSTR_2(3.58, c_1 = 0.07, c_2 = 0.2, debtr_lu) + e_t \quad (4.4)$$

其債務比門檻有兩個，分別是 7% 與 20%，轉換速度相對小(圖 5)，當債務比由 0 增加至 7% 或由最高債務比降至 20% 時，亦即落在左右兩個外部區間時，實質人均 GDP 成長率落後 1 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果會由 -0.07 逐漸增加至 0.54；而當債務比由 7% 增加至 20% 之內部區間時，其中債務比中點為 13.5% [(7%+20%)/2]，實質人均 GDP 成長率落後 1 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果會對稱地由 0.54 逐漸增加至 1.15，再由 1.15 逐漸降低至 0.54。

4. 葡萄牙 LSTR2 模型

$$G_rgdppc_t = (0.01^{**} + 0.58^{***} \cdot G_rgdppc_{t-1} + 0.56^{***} \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.07 \cdot G_rgdppc_{t-3} - 0.24 \cdot G_rgdppc_{t-4} + 0.35^{**} \cdot unem_t - 0.6^{***} \cdot infl_t + 0.002^{**} \cdot reer_t + 0.13 \cdot ctaxrgdpp_t) + (0.01^{***} - 0.79^{***} \cdot G_rgdppc_{t-1} - 0.43^* \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.07 \cdot G_rgdppc_{t-3} - 0.26 \cdot G_rgdppc_{t-4} - 1.31^{***} \cdot unem_t - 0.24 \cdot infl_t - 0.01^{***} \cdot reer_t - 0.09 \cdot ctaxrgdpp_t) \cdot LSTR_2(868, c_1 = 0.62, c_2 = 1.29, debtr_po) + e_t \quad (4.5)$$

其債務比門檻有兩個，分別是 62% 與 129%，轉換速度相當大(圖 6)，當債務比小於 62% 或大於 129% 時，亦即落在左右兩個外部區間時，實質人均 GDP 成長率落後 1 期與落後 2 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果約為 -0.21 與 0.13，失業率、實質有效匯率對實質人均 GDP 成長率之邊際效果約為 -0.96 與 -0.008，以上皆為顯著；當債務比介於 7% 與 20% 之內部區間時，實質人均 GDP 成長率落後 1 期與落後 2 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果約為 0.58 與 0.56，失業率、通膨率、實質有效匯率對實質人均 GDP 成長率之邊際效果約為 0.35、-0.6 及 0.002，以上皆為顯著。

5. 斯洛伐克 LSTR1 模型為

$$\begin{aligned}
G_rgdppc_t = & (-0.02 + 1.4^{***} \cdot G_rgdppc_{t-1} - 0.75^{***} \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.75^{***} \cdot G_ \\
& _rgdppc_{t-3} - 1.55^{***} \cdot G_rgdppc_{t-4} - 0.36 \cdot unem_t + 0.13 \cdot infl_t - \\
& 0.0004 \cdot reer_t + 1.02^* \cdot ctaxrgdpp_t) + (0.01 - 1.24^{***} \cdot G_ \\
& _rgdppc_{t-1} + 0.84^{***} \cdot G_rgdppc_{t-2} - 0.42 \cdot G_rgdppc_{t-3} + \\
& 1.78^{***} \cdot G_rgdppc_{t-4} + 0.47 \cdot unem_t - 0.2 \cdot infl_t + 0.0003 \cdot \\
& reer_t - 0.73^{***} \cdot ctaxrgdpp_t) \cdot LSTR_1(6.66, 0.38, debtr_slk) + e_t
\end{aligned}
\tag{4.6}$$

其債務比門檻為 38%，轉換相當平滑(圖 7)。隨債務比增加，實質人均 GDP 成長率落後 1 期與 3 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果為正，且影響逐漸變弱；而實質人均 GDP 成長率落後 2 期與 4 期對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果由負轉正，且影響逐漸變強，企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率之邊際效果介於 0.29 至 1.02。

6. 西班牙 LSTR1 模型為

$$\begin{aligned}
G_rgdppc_t = & (-0.01^{**} + 0.48^{***} \cdot G_rgdppc_{t-1} + 0.19 \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.11 \cdot G_ \\
& _rgdppc_{t-3} - 0.51^{***} \cdot G_rgdppc_{t-4} - 0.24^{***} \cdot unem_t - 0.14 \cdot \\
& infl_t - 0.0001 \cdot reer_t + 0.17^{**} \cdot ctaxrgdpp_t) + (0.02 - 0.54^{**} \cdot G_ \\
& _rgdppc_{t-1} - 0.01 \cdot G_rgdppc_{t-2} + 0.1 \cdot G_rgdppc_{t-3} + 0.24 \cdot G_ \\
& _rgdppc_{t-4} + 0.17 \cdot unem_t - 1.38^{***} \cdot infl_t - 0.001 \cdot reer_t - \\
& 0.15 \cdot ctaxrgdpp_t) \cdot LSTR_1(26.2, 0.69, debtr_sp) + e_t
\end{aligned}
\tag{4.7}$$

其債務比門檻為 69%，轉換速度大(圖 8)。就實質人均 GDP 成長率落後 1 期對當期實質人均 GDP 成長率而言，債務比低於 69% 與高於 69% 之邊際效果為 0.48 與 -0.06，皆為顯著。失業率與企業稅收占比在債務比低於 69% 時，對實質人均 GDP 成長率之邊際效果為 -0.24 與 0.17，通膨率在債務比高於 69% 時，對實質人均 GDP 成長率之邊際效果為 -1.52，以上皆為顯著。

綜合以上結果，當債務比增加時，幾乎各國落後 1 期實質人均 GDP 成長率對當期實質人均 GDP 成長率之係數為顯著遞減；失業率對實質人均 GDP 成長率之係數大多為負且影響逐漸變弱；通膨率對實質人均 GDP 成長率之係數大多

為負且影響逐漸變強；而實質有效匯率及企業稅收占比與實質人均 GDP 成長率並無明顯關係存在。

值得注意的是，本文印證奧肯法則(Okun's law, 1962)之抵換關係，隨著債務比由低至高變動，根據該法則，經濟成長率與失業率間之抵換關係為負並且隨之變動。

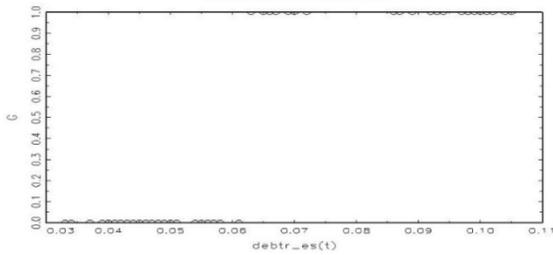


圖 3 愛沙尼亞 STR 轉換函數

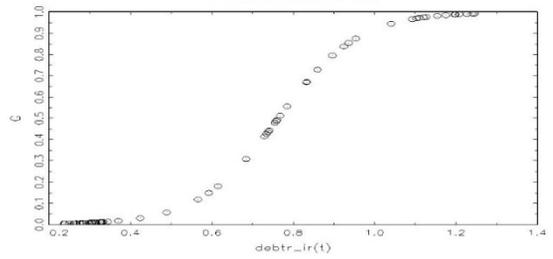


圖 4 愛爾蘭 STR 轉換函數

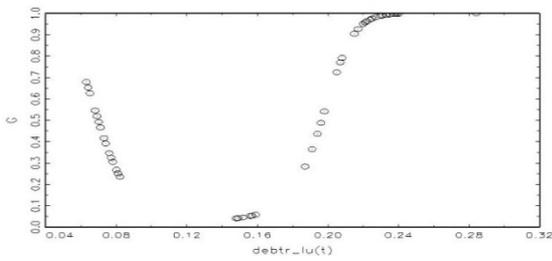


圖 5 盧森堡 STR 轉換函數

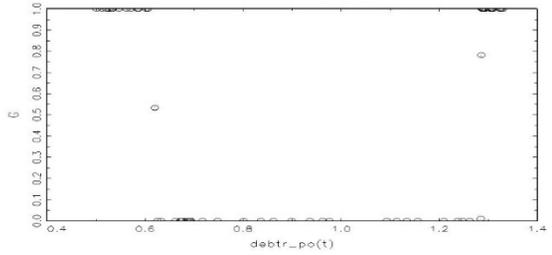


圖 6 葡萄牙 STR 轉換函數

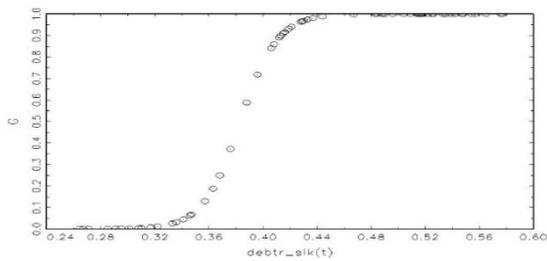


圖 7 斯洛伐克 STR 轉換函數

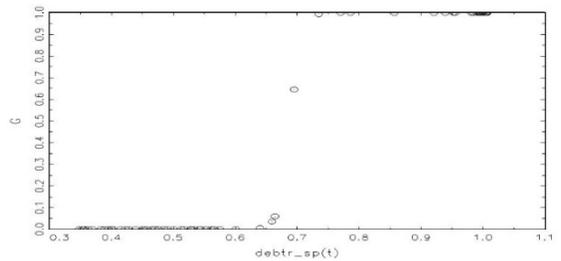


圖 8 西班牙 STR 轉換函數

(圖 3 至圖 8 之債務比為轉換變數)

(三)非線性國家診斷性檢定

以下將對 STR 模型中殘差做 5 種診斷性檢定，如表 8 所示：

表 8 STR 模型診斷性檢定結果

| | 愛沙尼亞 | 愛爾蘭 | 盧森堡 | 葡萄牙 | 斯洛伐克 | 西班牙 |
|------------------|----------|----------|-------|------|----------|--------|
| 無序列相關檢定 | | | | | | |
| lag1 | 9.67*** | 2.99* | 0.44 | 0.91 | 0.96 | 0.42 |
| lag2 | 5.59*** | 2.45 | 0.42 | 0.57 | 0.31 | 0.32 |
| lag3 | 4.1** | 2.69* | 0.51 | 0.38 | 1.3 | 0.6 |
| 無剩餘非線性檢定 | 0.003*** | 0.11 | 0.06* | 0.68 | 0.003*** | 0.07* |
| 參數固定檢定 | | | | | | |
| H1 | 2.25** | 3.99*** | 1.25 | 0.9 | 1.58 | 2.17** |
| H2 | 1.91** | 3.76** | 0.71 | 1.3 | 5.55*** | 3.38** |
| H3 | 2.27** | — | — | — | — | — |
| ARCH-LM test(8) | 10.58 | 19.21** | 8.74 | 7.84 | 7.08 | 9.42 |
| Jarque-Bera test | 18.64*** | 16.59*** | 0.18 | 0.29 | 5.71* | 2.18 |

註：表格內數值為統計值，***表示在 1% 顯著水準下顯著，**表示在 5% 顯著水準下顯著，*表示在 10%顯著水準下顯著。

根據上述 5 種診斷性檢定結果，於 5% 顯著水準下無法拒絕虛無假設，則盧森堡與葡萄牙全數通過上述檢定；西班牙除參數固定檢定無法通過，其他檢定亦皆通過；斯洛伐克則是無法通過無剩餘非線性與參數固定檢定，代表上述 4 國模型迴歸估計結果相當值得信賴。

(四)線性國家模型估計

線性模型中，債務比將一併放入解釋變數，探討對實質人均 GDP 之影響。

首先使用 Johansen 共整合檢定之跡檢定與最大特性根檢定，其中根據資料有無時間趨勢與截距項分為 5 種型態，可得出各國家變數中是否存在長期關係：若有長期關係，則使用 VECM 模型估計共整合關係，資料則設定為無時間趨勢但有截距；若無長期關係，則使用簡單迴歸，再使用診斷性檢定。

根據表 9 Johansen 檢定結果，除奧地利變數間無長期關係外，其餘 12 個國家變數間皆有長期關係。處理奧地利之簡單迴歸中，首先使用 ARMA 模型根據 SBC 準則，得出 y 落後期數為 1，殘差項則無落後期數，而實質有效匯率及債務比序列本身具單根，所以經由 HP 分解後取定態部分序列進行迴歸分析，結果如下：

$$\begin{aligned} &G_{rgdppc}_t \\ &= 0.83^{***} \cdot G_{rgdppc}_{t-1} + 0.08^* \cdot unem_t - 0.31^{**} \cdot infl_t \\ &+ 0.01debtr_au_t - 0.0002reer_t - 0.01ctaxrgdpp_t + e_t \end{aligned} \quad (4.8)$$

模型之調整後 R^2 為 67%，其中落後 1 期實質人均 GDP 成長率與失業率對實質人均 GDP 成長率有顯著正影響，邊際效果分別為 0.83 與 0.08；通膨對實質人均 GDP 成長率有顯著負影響，邊際效果為 -0.31，最後診斷性檢定使用無序列相關檢定(Q-test)、無異質變異檢定(ARCH-LM test)及常態分配檢定(Jarque-Bera test)，除常態分配檢定未通過外，其餘兩個檢定皆有通過，結果呈現於表 10。表 11 則呈現剩下 12 國共整合係數估計結果。

表9 Johansen 檢定結果

| | | 無時間趨勢 | |
|-------|---------|--------|--------|
| | | 無截距與趨勢 | 有截距無趨勢 |
| 奧地利 | 跡檢定 | 0 | 0 |
| | 最大特性根檢定 | 0 | 0 |
| 比利時 | 跡檢定 | 1 | 2 |
| | 最大特性根檢定 | 1 | 1 |
| 賽普勒斯 | 跡檢定 | 3 | 3 |
| | 最大特性根檢定 | 3 | 0 |
| 芬蘭 | 跡檢定 | 1 | 1 |
| | 最大特性根檢定 | 1 | 1 |
| 法國 | 跡檢定 | 2 | 2 |
| | 最大特性根檢定 | 2 | 2 |
| 德國 | 跡檢定 | 2 | 3 |
| | 最大特性根檢定 | 1 | 0 |
| 希臘 | 跡檢定 | 2 | 3 |
| | 最大特性根檢定 | 3 | 2 |
| 義大利 | 跡檢定 | 2 | 2 |
| | 最大特性根檢定 | 2 | 2 |
| 拉脫維亞 | 跡檢定 | 2 | 2 |
| | 最大特性根檢定 | 1 | 1 |
| 立陶宛 | 跡檢定 | 4 | 5 |
| | 最大特性根檢定 | 4 | 5 |
| 馬爾他 | 跡檢定 | 0 | 1 |
| | 最大特性根檢定 | 0 | 1 |
| 荷蘭 | 跡檢定 | 1 | 1 |
| | 最大特性根檢定 | 1 | 1 |
| 斯洛維尼亞 | 跡檢定 | 2 | 2 |
| | 最大特性根檢定 | 1 | 2 |

註：表內數字為該國家變數中共有幾組長期關係存在。

表 10 奧地利簡單迴歸診斷性檢定結果

| 奧地利 | |
|------------------|----------|
| 無序列相關檢定(Q-test) | |
| lag1 | 0.04 |
| lag2 | 1.51 |
| lag3 | 3.4 |
| ARCH-LM test(8) | 1.54 |
| Jarque-Bera test | 10.31*** |

註：表格內數值為統計值，***表示在 1%的顯著水準下顯著，**表示 5%顯著水準下顯著，*表示在 10%顯著水準下顯著。

表 11 共整合估計結果

| | 比利時 | 賽普勒斯 | 芬蘭 | 法國 | 德國 | 希臘 | 義大利 | 拉脫維亞 | 立陶宛 | 馬爾他 | 荷蘭 | 斯洛維尼亞 |
|-----------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|------------|---------|---------|
| unem | 0.72 | -0.09* | -5.5 | -0.47 | 0.4 | -0.21 | -0.49 | -0.12* | -0.09* | -0.76 | -1.3 | 0.01 |
| infl | -0.31 | 0.56 | -7 | -1.2 | -2.48 | -0.06 | -0.26 | 0.3 | 0.47 | -1.05 | 5.33 | 0.72 |
| reer | 0.003*** | -0.0001*** | -0.01*** | 0.001*** | 0.002*** | 0.003*** | 0.0001*** | 0.001*** | -0.03*** | -0.0003*** | 0.01*** | 0.02*** |
| debtr | -0.02** | 0.02** | 0.4* | 0.02** | -0.23** | 0.03** | 0.13** | -0.1** | 0.13* | 0.12* | 0.38 | 0.34** |
| ctaxrgdpp | 2.91 | 0.03 | 6.88 | 0.77 | -0.22 | 1.74 | 0.7 | -0.02 | -13.31 | 41.7 | 1.33 | 12.64 |
| constant | -0.63 | 0.002* | 0.57 | -0.1** | 0.01 | -0.46 | -0.17* | -0.02** | 0.81* | -3.63* | -1.44 | -2.96 |

註：被解釋變數均為實質人均 GDP 成長率，表格內數字為解釋變數之係數與常數項。

***表示在 1% 顯著水準下顯著，**表示在 5%顯著水準下顯著，*表示在 10%顯著水準下顯著。

根據表 11 結果，長期關係中，大多數國家實質有效匯率與債務比對實質人均 GDP 有顯著正影響，亦即貨幣升值將有助經濟成長，而某種程度上也支持 Eisner(1995)提出之刺激效果，認為較高債務會刺激經濟成長，所以債務對於經濟成長呈現正向關係。

實質有效匯率部分，影響較顯著之國家有荷蘭與斯洛維尼亞，邊際效果分別為 0.01 與 0.02，其餘大部分國家邊際效果介於 0.001 至 0.003，反之，賽普勒斯、芬蘭及馬爾他之邊際效果為顯著負相關，代表長期而言這 3 國貨幣貶值將有助經濟成長；債務比部分，影響較顯著之國家有芬蘭、荷蘭及斯洛維尼亞，平均而言邊際效果為 0.37，反之，比利時、德國及拉脫維亞之邊際效果為顯著負相關，推測因比利時與德國債務比較高，不應再增加債務來刺激經濟；失業率部分，除可能因失業率較低，致比利時、德國及斯洛維尼亞呈正向關係外，大多國家對實質人均 GDP 為負向影響，再次應證奧肯法則，平均而言邊際效果為-0.1；通膨率部分，大多國家對實質人均 GDP 為負向影響，除一些小國如賽普勒斯、立陶宛及拉脫維亞為正向；企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率之係數大多為正，平均邊際效果為 4.6，而德國、拉脫維亞及立陶宛之邊際效果為負，其中德國當前企業稅率約為 30%，在歐元區國家中相當高，建議降低企業稅率或許有助於經濟成長。

伍、結論

本文研究目的為探討歐元區 19 個國家政府債務比與實質人均 GDP 成長率之關聯，樣本期間除馬爾他為 2000 年至 2017 年外，其餘 18 國為 1999 年至 2017 年，皆使用季資料，利用線性檢定確認各國是否適用 Granger and Teräsvirta(1993)所提出之平滑轉換迴歸模型(Smooth Transition Regression, STR)，若檢測結適用線性模型並非 STR 模型時，則使用 Johansen 共整合檢定，判斷模型變數中是否存在長期關係，若不存在共整合關係，則使用簡單迴歸估計。

根據實證結果，適用 STR 模型 6 國及各債務比門檻如下：愛沙尼亞 6%、愛爾蘭 76%、斯洛伐克 38%、西班牙 69%、盧森堡 7%與 20%及葡萄牙 62%與 129%，其中盧森堡與葡萄牙有兩個門檻，該 STR 模型中債務比僅作為轉換變數，並非解釋變數，因為欲針對透過債務比之變動，探討失業率、通膨率、實質有效匯率

及企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率之影響。綜合以上發現，當債務比增加時，幾乎各國落後 1 期實質人均 GDP 成長率對當期實質人均 GDP 成長率之係數為顯著遞減；失業率對實質人均 GDP 成長率之係數大多為負且影響逐漸變弱；通膨率對實質人均 GDP 成長率的係數大多為負且遞減；而實質有效匯率及企業稅收占比與實質人均 GDP 成長率並無明顯關係存在。

以上國家使用無序列相關、無剩餘非線性、參數固定、無異質變異及常態分配 5 種診斷性檢定，根據上述 5 種診斷性檢定結果，盧森堡與葡萄牙之非線性迴歸估計結果相當值得信賴；西班牙及斯洛伐克之估計結果仍值得信賴；愛爾蘭與愛沙尼亞之估計結果仍有待改進。

其餘線性國家中，債務比一併放入解釋變數中，探討對實質人均 GDP 影響。奧地利變數中因無長期關係存在，故使用簡單迴歸模型，其中落後 1 期實質人均 GDP 成長率與失業率對當期實質人均 GDP 成長率為顯著正影響，通膨率為顯著負影響，而債務比對實質人均 GDP 成長率之邊際效果為 0.01，診斷性檢定使用無序列相關檢定(Q-test)、無異質變異檢定(ARCH-LM test)及常態分配檢定(Jarque-Bera test)，除常態分配檢定無通過外，其餘兩個檢定皆通過。

剩下 12 國變數間有共整合關係者為：比利時、賽普勒斯、芬蘭、法國、德國、希臘、義大利、拉脫維亞、立陶宛、馬爾他、荷蘭及斯洛維尼亞，失業率與通膨率對實質人均 GDP 成長率之係數大多為負，扣除極端樣本值後平均邊際效果為-0.31 與-0.33；實質有效匯率與債務比對實質人均 GDP 成長率大多為顯著正相關，平均邊際效果為 0.003 與 0.1；企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率之係數大多為正，平均邊際效果為 4.6。

總結而言，適用 STR 模型之國家，隨著債務比增加，落後 1 期實質人均 GDP 成長率對當期實質人均 GDP 成長率之邊際效果為遞減；失業率對實質人均 GDP 成長率之邊際效果為負，且影響逐漸減弱；通膨率之係數大多為負，且影響逐漸增強。適用線性模型之國家，失業率與通膨率對實質人均 GDP 成長率之效果大多為負；實質有效匯率與債務比對實質人均 GDP 成長率則是顯著正影響，支持 Eisner(1995)提出之刺激效果，認為較高債務刺激經濟成長，故債務對於經濟成長呈現正向關係；企業稅收占比對實質人均 GDP 成長率大多是正相關。由此可知，不論是適用 STR 模型抑或線性模型之國家，失業率與通膨率對實質人均 GDP 成長率之效果皆為負，亦證實奧肯法則中失業率與經濟成長率兩者間存在負向抵換關係。

參考文獻

1. Abubakar, A.B. (2016), Public Debt and Economic Growth Nexus in India: An Empirical Investigation, *International Journal of Research in Commerce, Economics and Management*, 6(7), 43-48.
2. Aristovnik, A. (2015), Revisiting the Role of Public Debt in Economic Growth: The Case of OECD Countries, *Engineering Economics*, 26(1), 61-66.
3. Ash, M., Basu, D., and Dube A. (2017), Public Debt and Growth: An Assessment of Key Findings on Causality and Thresholds, Political Economy Research Institute, *University of Massachusetts Amherst Working Paper*, No.433.
4. Balassone, F., Francese, M., and Pace, A. (2011), Public Debt and Economic Growth in Italy, Bank of Italy, *Quaderni di storia economica (Economic History Working Papers)*, No.11.
5. Barro, R.J. (1989), The Ricardian Approach to Budget Deficits, *Journal of Economic Perspectives*, 3 (2), 37-54.
6. Baum, A., Westphal, C.C., and Rother, P. (2012), Debt and Growth New Evidence for the Euro Area, *European Central Bank Working Paper*, No.1450.
7. Chang, T., and Chiang, G. (2012), Transitional Behavior of Government Debt Ratio on Growth, *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 2, 24-37.
8. Checherita-Westphal, C.D., and Rother, P. (2010), The Impact of High and Growing Government Debt on Economic Growth: An Empirical Investigation for the Euro Area, *ECB Working Paper*, No.1237.
9. Cho, D., and Rhee, D.E. (2013), Nonlinear Effects of Government Debt on Private Consumption in OECD Countries, *KIEP Working Paper*, No.13-05.
10. Claessens, S. (1990), The Debt Laffer Curve: Some Estimates, *World Development*, 18(12), 1671-1677.

11. Cohen, D. (1993), Low Investment and Large LDC Debt in the 1980s, *American Economic Review*, 83(3), 437-49.
12. Dritsaki, D. (2013), Causal Nexus Between Economic Growth, Exports and Government Debt: The Case of Greece, *Procedia Economics and Finance*, 5, 251-259.
13. Easterly, W. (2001), The Middle Class Consensus and Economic Development, *Journal of Economic Growth*, 6(4), 317-335.
14. Eisner, R. (1995), Our NAIRU Limit: The Governing Myth of Economic Policy, *American Prospect*, 0(21), 58-63.
15. Engle, R. (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
16. Friedman, B. M. (1978), Crowding Out or Crowding In? Economic Consequences of Financing Government Deficits, *Brookings Papers on Economic Activity*, 9(3), 593-641.
17. Granger, C.W.J, and Teräsvirta, T. (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford: Oxford University Press.
18. Granger, C.W.J, and Teräsvirta, T. (1998), A Simple Nonlinear Time Series Model with Misleading Linear Properties, *Economics Letters*, 62(2), 161-165.
19. Haris, A.B., and Mohammad, A.K. (2015), The Impact of Federal Government Debt Levels on Productivity Growth in Malaysia, *International Journal of Business, Economics and Law*, 7(3), 2289-1552.
20. Herndon, T., Ash, M., and Pollin, R. (2013), Does High Public Debt Consistently Stifle Economic Growth? A Critique of Reinhart and Rogoff, *Cambridge Journal of Economics*, 38(2), 257-279.
21. Husain, A.M. (1997), Domestic Taxes and the External Debt Laffer Curve, *Economica New Series*, 64(255), 519-525.

22. Jernej, M., Aleksander, A., and Miroslav, V. (2014), The Impact of Growing Public Debt on Economic Growth in the European Union, *The Amfiteatru Economic Journal*, 16(35), 403-414.
23. Kumar, M.S., and Woo, J. (2010), Public Debt and Growth, *IMF Working Paper*, No. 10/174.
24. Legrenzi, G., and Milas, C. (2011), Debt Sustainability and Financial Crises: Evidence from the GIIPS, *CESIFO Working Paper*, No.3594.
25. Maghyereh, A., Omet, G., and Kalaji, F. (2002), External Debt and Economic Growth in Jordan: The Threshold Effect, The Hashemite University, Jordan.
26. Marchionne, F, and Parekh, S. (2014), Growth Debt and Inequality, Nottingham Trent University, *Discussion Papers in Economics*, No.2014/3.
27. Moreira, T.B.S., Souza, G.S., and Soares, F.A.R. (2011), “Are Government Bonds Net Wealth? Some Empirical Evidence,” *Modern Economy*, 2, 412-415.
28. Ogunmuyiwa, M. (2011), Does External Debt Promote Economic Growth in Nigeria, *Current Research Journal of Economic Theory*, 3(1), 29-35.
29. Panizza, U., and Presbitero, A.F. (2013), Public Debt and Economic Growth in Advanced Economies: A Survey, *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 149(2), 175-204.
30. Rais, S.I., and Anwar, T. (2012), Public Debt and Economic Growth in Pakistan: A Time Series Analysis from 1972 to 2010, *Academic Research International*, 2(1), 535-544.
31. Reinhart, C.M., and Rogoff, K.S. (2010), Growth in a Time of Debt, *American Economic Review: Papers and Proceedings*, 100, 573-578.
32. Tong, H. (1978), On a Threshold Model, in: C. Chen (Ed.), *Pattern Recognition and Signal Processing* (pp. 575-586). Alphen aan den Rijn, The Netherlands: Sijthoff & Noordhoff.

附錄、平滑轉換模型診斷性檢定

一、無序列相關檢定(no error autocorrelation test)

無序列相關檢定首先由 Godfrey(1988)先提出，Teräsvirta(1998)接續應用於 STR 模型上，檢定估計殘差是否仍與估計殘差之落後項殘留自我相關現象，其 F 檢定統計量如下：

$$F_{LM} = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/q}{SSR_1/(T-n-q)} \quad (A.1)$$

n 為模型中參數個數， q 為估計殘差項落後期數， SSR_0 為 STR 模型殘差平方和， SSR_1 為輔助迴歸之殘差平方和。無序列相關檢定之虛無假設為序列無自我相關。

二、無剩餘非線性檢定(no remaining additive nonlinearity test)

估計出 STR 模型後，仍需檢定殘差項是否還有其餘非線性部分，無剩餘非線性檢定由 Lundberg and Teräsvirta(2006)提出，該形式為 STR 模型，型態如下：

$$y_t = \phi' z_t + \theta' z_t G(\gamma_1, c_1, s_{1t}) + \phi' z_t H(\gamma_2, c_2, s_{2t}) + u_t, u_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (A.2)$$

上式中 H 為另一個轉換函數，在 $\gamma_2=0$ 處做三階泰勒展開，可得輔助迴歸式如下：

$$y_t = \beta_0' z_t + \theta' z_t G(\gamma_1, c_1, s_{1t}) + \sum_{j=1}^3 \beta_j' \tilde{z}_t s_{2t}^j + u_t^* \quad (A.3)$$

其中 $u_t^* = u_t + \phi' z_t R_3(\gamma, c, s_t)$ ， $R_3(\gamma, c, s_t)$ 為剩餘多項式之近似值，檢定虛無假設為 $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ ，必須要無法拒絕虛無假設，才代表原 STR 模型中無剩餘非線性存在。

三、參數固定檢定(parameter constancy test)

若模型中參數隨時間變動而改變，代表繼續使用估計出之 STR 模型進行分析時，將發生錯估問題，因此參數固定檢定(parameter constancy test)目的在於檢驗序列資料之參數值是否存在時間趨勢項函數，或隨時間變化之平滑或結構轉變。此檢定由 Lundberg and Teräsvirta(2006)提出，以 STAR 模型為架構，擴充修改為時間變異平滑轉換迴歸模型(Time-Varying Smooth Transition Model, TV-

STR)，如下：

$$y_t = \phi(t)'z_t + \theta(t)'z_t G(\gamma, c, s_t) + u_t, u_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (A.4)$$

$$\phi(t) = \phi + \lambda_\phi H_\phi(\gamma_\phi, c_\phi, t^*)$$

$$\theta(t) = \theta + \lambda_\theta H_\theta(\gamma_\theta, c_\theta, t^*)$$

其中， $t^* = t/T$ ， H_ϕ 與 H_θ 轉換函數中，則以時間趨勢當作轉換變數。參數固定檢定之虛無假設為 $H_0: \gamma_\phi = \gamma_\theta = 0$ ，對 $\gamma = 0$ 進行泰勒展開，得到輔助迴歸式：

$$y_t = \beta'_0 z_t + \sum_{j=1}^3 \beta'_j z_t (t^*)^j + \sum_{j=1}^3 \beta'_{j+3} z_t (t^*)^j G(\gamma, c, s_t) + u_t^* \quad (A.5)$$

若無法拒絕虛無假設代表參數為固定值，不隨時間變動。

四、無異質變異檢定(ARCH-LM test)

時間序列變數之波動通常隨時間變化，並不符合白噪音(white noise)，即 $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$ ，因此 Engle(1982)提出自我迴歸條件異質變異模型(autoregressive conditional heteroskedasticity model, ARCH)，解決時間序列波動性問題。假設 ARCH 模型之殘差如下：

$$\varepsilon_t = v_t \sigma_t^2, v_t \sim iid(0,1) \quad (A.6)$$

$$\sigma_t^2 = c + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + u_t, u_t \sim iid(0,1)$$

ARCH-LM 檢定之虛無假設為 $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$ ，其檢定統計量為樣本總數乘以判定係數 R^2 ，並遵循具有 q 個自由度之卡方分配，若無法拒絕虛無假設，表示模型殘差不存在異質變異。

五、常態分配檢定(Jarque-Bera test)

此檢定係對時間序列殘差項是否符合常態分配之偏度(skewness) 與峰度(kurtosis)進行檢驗，JB 統計量如下：

$$JB = \frac{s^2}{6/n} + \frac{(K-3)^2}{24/n} \quad (\text{A.7})$$

$$S = \frac{\widehat{\mu}_3}{\widehat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

$$K = \frac{\widehat{\mu}_4}{\widehat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{4/2}}$$

其中 S 為樣本偏度， K 為樣本峰度， JB 統計量遵循自由度為 2 之卡方分配，常態分配下偏度為 0、峰度為 3，常態分配檢定之虛無假設為 $H_0 : S = 0, K = 3$ ，若無法拒絕虛無假設，表示序列殘差為常態分配。

附圖

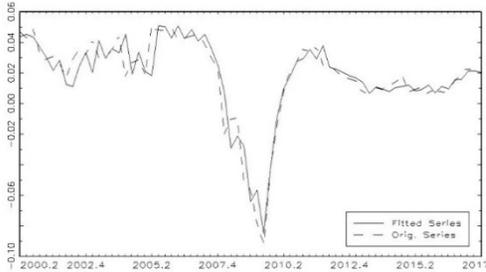


圖 9 愛沙尼亞 STR 配適值

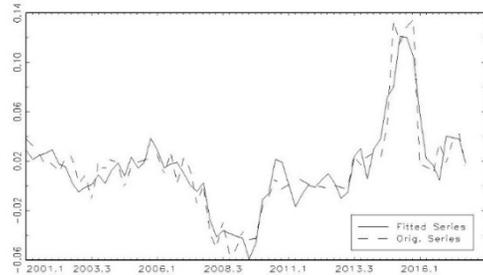


圖 10 愛爾蘭 STR 配適值

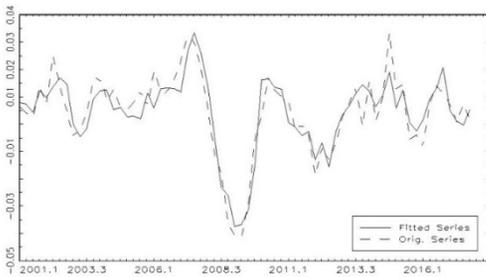


圖 11 盧森堡 STR 配適值

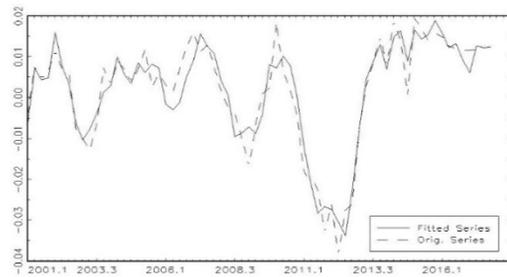


圖 12 葡萄牙 STR 配適值

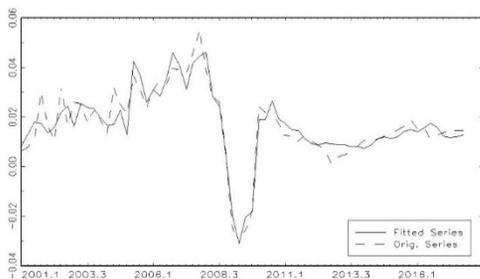


圖 13 斯洛伐克 STR 配適值

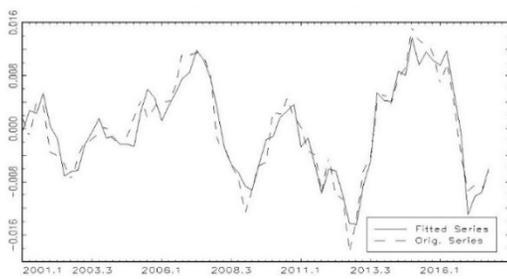


圖 14 西班牙 STR 配適值