

## 壹、前言

Tarr、Reys、Barker 與 Billstein (2006) 認為教科書是教學素材的權威，教學活動的核心，應該教什麼以及如何去教，幾乎完全取決於教科書。而教科書在數學教與學之過程中所扮演的角色於近年來更是獲得許多國際數學教育家的關注與研究 (Tarr et al., 2008; Yang, Reys, & Wu, 2010; Zhu & Fan, 2006)。許多國內、外相關的研究亦顯示，中小學教師的教學內容和活動設計大多依據教科書以及教學指引 (Herbel-Eisenmann, 2007; Kim, 2007; Stein, Remillard, & Smith, 2007)。由此可知，教科書的重要性。

長久以來，幾何教材在學校課程中即占有一席之地，Clements 與 Battista (1992) 指出，幾何提供闡釋與反映外在物理環境的方法，並可作為學習其他學科素材的工具。尤其幾何的學習更能加強空間思考與提升高層次的創造思考能力；幾何的學習除了可以使學生獲得形方面之相關知識外，還可以加強學生對於空間的思考，並能進一步有條理地描述生活周遭的世界 (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000)。另一方面，幾何的學習可同時培養學生邏輯思考與推理能力，從而提升問題解決能力 (左台益、梁勇能, 2001; Burger & Shaughnessy, 1986)。美國數學教師學會 (NCTM, 2000) 在「學校數學原則與標準」設立四個目標來貫穿每個學習階段的幾何內容。教育部在九年一貫數學學習領域課程綱要中更將幾何列為五大主題之一，並指出人是依賴視覺的生物，而幾何多半是利用圖形來呈現，對應到其他需要比較多抽象思維的單元，學生能夠有較多的具體物來解決問題。有鑑於幾何課程在數學教育的重要性，因此，本研究針對國內及他國之幾何課程進行深入的探討與分析。

新加坡學生在國際數學與科學成就表現 (Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS) (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012) 和國際數學素養研究 (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2010) 皆有相當優異的表現；其中，「新課程數學」(New Syllabus Mathematics, NSM) 是目前新加坡中學使用率最高 (80%) 的版本 (SGBox, 2009)。另一方面，臺灣中、小學自從教科書開放後，目前數學教科書主要以三家出版社呈現三足鼎立之局面，其中康軒之市占率約為 38.59% (廖雅玉, 2010)。美國數學教育研究長期以來領導世界數學教育之趨勢，而國內數學教育改革亦與美國的數學教育具有高度相關性。最新 TIMSS 2011 (Mullis et al., 2012) 數學成就評量結果顯示，美國四年級與八年級之數學成就表現大幅度成長，此顯示美國近 20 年之數學課程改革對美國中、小學數學教育產生正面效益。同時，美國「連結數學」(Connected Mathematics Program, CMP) 為美國國家科學發展協會 (National Science Foundation, NSF) 為改進美國數學教育所贊助研發之教材；且 CMP 是美國市面上四套國中數學教科書中使用率最高者 (Cai et al., 2013; Rivette, Grant, Ludema, & Rickard, 2003; Show-Me Center, 2002)。

此外，本研究選取 CMP 的重要原因之一是它符應美國 NCTM 課程綱要所發展之標準課程 (standard-based)，CMP 課程被認為較能夠幫助學生概念化的學習，並在開放式問題有更好的呈現，被美國數學界視為較具影響力的中學教科書 (Cain, 2002; Fan & Zhu, 2007)。同時，CMP 之特色是整個課程的發展立基於數學教育研究與理論，例如，以社會建構理論、多重表徵、合作學習與強調推理等相關研究發現為依據 (Connected Mathematics Program [CMP], 2009)。而此課程 (幾何部分亦同) 強調以問題為中心，注重基本概念的學習，並重視基本概念與相關概念的連結。NSM 教材 (幾何課程部分亦同) 之特色是重視連結、問題解決與數學教學的整合，此外也強調基本概念，更重要的是使用此版本的學生，證實在 TIMSS 1995-2003 獲得優異的表現 (張守波, 2011)，因此該教科書在新加坡具重要之影響力。臺灣的康軒版教科書，注重數學與生活連結，並強調培養學生的創新能力 (謝佩珍, 2009)，其具體目標是引導學生動手做數學，培養數學思考、數學溝通、數學連結與數學評析能力 (康軒文教事業, 2009a)。

亞洲國家 (如臺灣、新加坡) 與西方國家的數學教育在特色與文化上皆有許多相異之處，如臺灣與新加坡長久以來在國際測驗評比都優於西方國家 (e.g., TIMSS, PISA)，若要比較亞洲國家與西方國家的差異，新加坡和美國是兩個最佳選擇。因為新加坡的國際測驗評比屢獲佳績，而美國被視為數學教育的先驅，且足以代表西方文化，因此，關於新加坡與美國的比較是國際期刊關注的重點 (Fan & Zhu, 2007)。甚至美國教育部都願意提供經費進行新加坡數學課程研究 (Ginsburg, Leinwand, Anstrom, & Pollock, 2005)。是故，比較新加坡和美國差異研究的重要性不言可喻。此外，臺灣身為另一個典型的亞洲國家，亦具有比較價值，且臺灣與新加坡課程相似，更能凸顯為何亞洲國家能有突出的國際測驗表現。同時，由臺灣與新加坡的比較可以看出兩個相同文化中細微差異，並瞭解此差異是否是導致新加坡表現優於臺灣的原因。更重要的是，藉由比較表現比臺灣優異的新加坡，以及成績逐年提升的美國，將可以同時學習兩種不同文化特長，並提供教科書編輯或教師選取教學素材的參考。

許多研究指出，透過跨國性教科書內容的比較，可以讓大眾深入瞭解各國數學教科書在內容編排與設計之差異與優缺點，進而作為未來教科書編修或發展新教科書之參考依據 (陳仁輝、楊德清, 2010; Fan, Zhu, & Miao, 2013; Hiebert et al., 2003; Stein et al., 2007; Stigler & Hiebert, 2004; Tarr et al., 2008; Yang et al., 2010)。基於上述理由，本研究針對臺灣「康軒數學」(Kang Hsuan, KH)、新加坡 NSM 以及美國 CMP 國中階段數學教科書之幾何主題內容異同，進行探討與分析。除了課本裡的佈題，也參照了各國數學的課程綱要進行分析比較，希望可從中獲得各國課本的編排中，探討其所含的教育理念與規劃特色，以及其中的邏輯順序。研究問題如下：

- 一、臺灣、美國與新加坡，國中階段數學教科書幾何單元總題數是否有顯著差異？
- 二、臺灣、美國與新加坡，國中階段數學教科書幾何教材佈題方式與表徵型態之差異為